

Росжелдор

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«Ростовский государственный университет путей сообщения»
(ФГБОУ ВО РГУПС)**

Гайворонов А.П., Гоненко И.И., Костенко А.А., Кременцов А.А.,
Крюков Я.В., Пересадченков Д.А., Пушкаш Е.А., Сангин Д.Я.,
Сотсков Г.В., Чентемиров Н.О., Саратовсков А.А.

Научные руководители: доцент Пиневи́ч Е.В., ст. преп. Алтынов Д.С.

Задачи по математике на военную тематику
(теория вероятности)

Ростов-на-Дону

2018

Содержание

| | |
|--|----|
| Введение..... | 3 |
| Комбинаторика..... | 4 |
| Задачи для самостоятельного решения..... | 10 |
| Классическое определение вероятности..... | 16 |
| Задачи для самостоятельного решения..... | 18 |
| Теоремы сложения и умножения вероятностей..... | 24 |
| Задачи для самостоятельного решения..... | 27 |
| Полная вероятность..... | 34 |
| Задачи для самостоятельного решения..... | 38 |
| Формула Байеса..... | 45 |
| Задачи для самостоятельного решения..... | 48 |
| Математическое ожидание дискретной случайной величины... | 55 |
| Задачи для самостоятельного решения..... | 58 |

Введение

Теория вероятности – это один из разделов высшей математики. Мы часто применяем её в реальной жизни независимо от сферы нашей деятельности. Ежедневно нам приходится принимать решения, которые впоследствии могут повлиять как на нашу жизнь, на жизнь подчиненных, на выполнение боевой задачи и др. А для того, чтобы эти решения оказались для нас благоприятными мы пользуемся данной теорией.

Данный сборник посвящен изучению некоторых задач теории вероятности.

Пособие дает возможность изучить не только некоторые разделы теории вероятности, но и ближе познакомиться с различными наземными транспортно-технологическими средствами, а также с особенностями жизни солдат и военной службы при выполнении служебно-боевых задач Железнодорожных и других родов войск.

Кратко приведены необходимые теоретические сведения и примеры решения типовых задач.

Помимо авторов в создании сборника принимали активное участие студенты Учебного военного центра Ростовского государственного университета путей сообщения группы ТДВ-241: Гайворонов А.П., Гоненко И.И., Костенко А.А., Кременцов А.А., Крюков Я.В., Пересадченков Д.А., Сотсков Г.В., Саратовсков А.А., Чентемиров Н.О. Во время учебных занятий и после них придумывали задачи по изучаемым темам, коллективно обсуждали, решали и корректировали.

Выражаем особую благодарность нашим научным руководителям Пиневи́ч Е.В. и Алты́нову Д.С., повлиявших на создание данного сборника, которые подали идею, вдохновляли и редактировали весь процесс данной работы.

Комбинаторика

Комбинаторика – наука, занимающаяся подсчетом элементов в конечных множествах.

Правило декартового произведения.

Пусть элемент x можно извлечь из множества A m способами, элемент y можно извлечь из множества B k способами, тогда пару (x, y) можно извлечь $m \cdot k$ способами.

Пример 1.

В полку 20 капитанов и 24 майора сколькими способами можно выбрать одного капитана и одного майора?

Решение.

Каждый из 20 капитанов может быть выбран в паре с первым майором.

Каждый из 20 капитанов может быть выбран в паре со вторым майором.

Каждый из 20 капитанов может быть выбран в паре с третьим майором и так далее.

Так как майоров 24, то всего вариантов : $20 \times 24 = 480$.

Ответ: 480.

Пример 2.

В солдатской столовой 3 разновидности первых блюд и 6 вторых.

Сколькими способами можно составить комплексный обед?

Решение.

Для каждого из первых блюд может быть шесть пар со вторыми блюдами.

А так как первых блюд всего 3, то всего способов формирования комплексного обеда:

$$3 \times 6 = 18.$$

Ответ: 18.

Пример 3.

У одного солдата 20 патронов калибра 9 мм, а у другого 30 патронов калибра 5,45 мм. Сколькими способами можно осуществить обмен одного патрона 9 мм на один патрон 5,45 мм?

Решение.

В задаче приводится два множества: множество патронов калибра 9 мм и множество патронов калибра 5,45 мм. Для того, чтобы осуществить обмен

патронов необходимо из каждого множества извлечь по одному элементу и сформировать пару. Таких пар может быть:

$$20 \times 30 = 600.$$

То есть при данных начальных условиях существует 600 способов обмена.

Ответ: 600.

Сочетания.

Если из множества A , содержащего n элементов можно извлечь m элементов ($m < n$) и если при отборе будет безразличен их порядок или состав, то речь идет о сочетаниях.

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}.$$

Пример 1.

Во взводе 10 солдат. Сколькими способами можно назначить 3-х солдат на уборку территории?

Решение.

Поскольку все три отбираемых солдата будут заниматься одним делом (убирать общую территорию), то речь идет о сочетаниях.

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 4 \cdot 3 \cdot 10 = 120$$

вариантов назначений.

Ответ: 120.

Пример 2.

Сколькими способами из 20 присяжных заседателей можно выбрать трех для участия в судебном процессе?

Решение.

Так как необходимо отобрать трех человек для одной цели (участие в судебном процессе), то речь идет о сочетаниях.

$$C_{20}^3 = \frac{20!}{3!(20-3)!} = \frac{20!}{3!17!} = \frac{18 \cdot 19 \cdot 20}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 6 \cdot 19 \cdot 10 = 1140$$

вариантов выбора участников судебного процесса.

Ответ: 1140.

Пример 3.

В отделении 15 человек. Из них требуется 2 человек на наряд по кухне. Сколькими способами можно осуществить выбор?

Решение.

Так как все отбираемые солдаты будут заниматься одним делом, то задачу решать надо по формуле сочетаний.

$$C_{15}^2 = \frac{15!}{2!(15-2)!} = \frac{15!}{2!13!} = \frac{14 \cdot 15}{1 \cdot 2} = 7 \cdot 15 = 105$$

вариантов выбора дежурных по кухне.

Ответ: 105.

Размещения.

Если из множества A, содержащего n элементов можно извлечь m элементов ($m < n$) и если при отборе будет не безразличен их порядок или состав, то речь идет о размещениях.

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}.$$

Пример 1.

Во взводе 15 солдат. Сколькими способами можно назначить 3-х солдат на уборку территории, так что первый будет убирать объект А, второй – объект В, а третий объект С?

Решение.

Поскольку все три отбираемых солдата будут убирать разные объекты, то речь идет о размещениях.

$$A_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{15!}{12!} = 13 \cdot 14 \cdot 15 = 2730$$

вариантов назначений.

Ответ: 2730.

Пример 2.

Во взводе 25 человек. Требуется 4 человека на парко-хозяйственный день в разные места: казармы, парк техники, штаб, плац. Сколькими способами это можно сделать?

Решение.

Так как необходимо выбрать четыре человека на четыре разных вида работ, то используют формулу размещений:

$$A_{25}^4 = \frac{25!}{(25-4)!} = \frac{25!}{21!} = 22 \cdot 23 \cdot 24 \cdot 25 = 303600$$

вариантов назначений четырех человек на четыре вида работ.

Ответ: 303600.

Пример 3.

Во взводе 35 чел. Сколькими способами можно отобрать командирский состав из 4 человек: ЗКВ (зам. командира взвода), КО1, КО2, КО3 (командиры отделений)?

Решение.

Так как все должности разные, то можно использовать формулу размещений.

$$A_{35}^4 = \frac{35!}{(35-4)!} = \frac{35!}{31!} = 32 \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 = 1256640$$

способов отбора командирского состава на четыре различные должности.

Ответ: 1256640.

Формула размещений может применяться в виде:

$$A_n^m = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot (n-m+1).$$

Пример 4.

Сколькими способами можно набрать пятизначный код сейфа, зная, что все его цифры различны?

Решение.

Поскольку цифр в десятичной системе 10, то первую можно выбрать 10 способами. Вторая – это одна из оставшихся девяти цифр. Третья – это одна из оставшихся восьми цифр, четвертая – это одна из оставшихся семи цифр, пятая – это одна из оставшихся шести цифр. Поэтому всего вариантов подбора кода:

$$A_{10}^5 = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30240$$

Ответ: 30240.

Перестановки.

Если из множества A , содержащего n элементов можно извлечь m элементов ($m \leq n$) и если при отборе будет не безразличен их порядок или состав, то речь идет о перестановках. Перестановки являются частным случаем размещений при $m = n$:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!} = \frac{n!}{0!} = n!$$

Перестановки принято обозначать через P_n и применяются в задачах, когда переставляются все элементы множества:

$$P_n = n!$$

Пример 1.

Сколькими способами в отделении, состоящем из 10 солдат, можно переставить всех десятерых?

Решение.

Так как переставляются все элементы множества (в задаче весь наличный состав отделения), то речь идет о перестановках.

$$P_{10} = 10! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 3628800 \text{ вариантов перестановок.}$$

Ответ: 3628800.

Пример 2.

Сколько перестановок можно составить из букв слова бульдозер?

Решение.

Так как необходимо переставлять все буквы слова. А все буквы в слове различны, то речь идет о перестановках без повторений.

$$P = 9! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 362880$$

способов расставить буквы в слове.

Ответ: 362880.

Пример 3.

Сколькими способами можно переставить буквы в слове танк?

Решение.

Поскольку все буквы в слове танк различны, то решать надо по формуле перестановок без повторений.

$$P_4 = 4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$$

варианта расстановки букв.

Ответ: 24.

Задачи для самостоятельного решения



1. В одной войсковой части у прапорщика на продовольственном складе 5 ящиков тушенки, а в другой войсковой части на складе 6 ящиков сгущенки. Сколькими способами можно осуществить обмен 1 ящика тушенки на 1 ящик сгущённого молока?

Ответ: 30.

2. Во взводе по списку 15 военнослужащих. Сколькими способами можно назначить команду на уборку территории: одного перед казарменным помещением, второго в парк войсковой части и третьего в столовую?

Ответ: 2730.

3. Во взводе по списку 15 солдат. Сколькими способами можно назначить 3-х солдат для чистки картофеля?

Ответ: 455.

4. На склад с боеприпасами одной войсковой части привезли 10 ящиков с патронами для пистолета ПМ калибра 9 мм, а на склад другой войсковой части привезли 20 ящиков с патронами для автомата АК-74 калибра 5,45 мм. Сколькими способами можно осуществить обмен одного ящика с патронами 9 мм на один ящик с патронами 5,45 мм?

Ответ: 200.

5. Во взводе по списку 30 военнослужащих. Сколькими способами можно осуществить отбор 3-х человек на уборку территории в парково-хозяйственный день?

Ответ: 4060.

6. Во взводе по списку 30 военнослужащих, из которых четверо – сержанты, а остальные – солдаты по призыву. Сколькими способами можно назначить суточный наряд по роте, в состав которого входит дежурный – сержант и 3 дневальных из числа солдат?

Ответ: 10400.

7. Во взводе по штату 30 военнослужащих. Взвод состоит из трех отделений по 10 человек каждое. В каждом отделении назначается командир отделения. Сколькими можно назначить командиров в трех отделениях?

Ответ: 1000.

8. Во взводе лейтенанта Иванова в строю 30 военнослужащих, а у старшего лейтенанта Петрова во взводе 40 военнослужащих. Сколькими способами можно заменить одного военнослужащего из взвода лейтенанта Иванова на одного военнослужащего из подразделения старшего лейтенанта Петрова?

Ответ: 1200.

9. В отдельном путевом железнодорожном батальоне по списку 22 капитанов и 24 майора. Сколькими способами для выполнения задачи командира батальона можно выбрать одного капитана и одного майора?

Ответ: 528.

10. На продовольственный склад войсковой части привезли 15 ящиков с маринованными помидорами. Сколькими способами можно отобрать 3 ящика с помидорами для приготовления овощного салата на обед солдатам по призыву?

Ответ: 455.

11. На склад ракетно-артиллерийского вооружения войсковой части поступило 750 автоматов АК-74 калибра 5,45 мм. на замену устаревших

автоматов АК-47 калибра 7,62 мм. По указанию командира войсковой части требуется заменить 230 старых автоматов на новые. Сколькими способами можно осуществить обмен одного автомата АК-47 калибра 7,62 мм на один автомат АК-74 калибра 5,45 мм?

Ответ: 172500.

12. На обед в столовую прибыли 30 военнослужащих. Сколькими способами можно отобрать двух военнослужащих, чтобы помочь поварам вынести на раздачу 40-литровую кастрюлю с компотом?

Ответ: 435.

13. В роте механизации по списку 80 военнослужащих. Сколькими способами можно отобрать трех военнослужащих: одного в наряд по парку войсковой части, а двух других для ежедневного технического обслуживания техники роты?

Ответ: 246480.

14. На практические занятия по заграждению и разминированию железных дорог в одном взводе получено 10 тротильных шашек, а в другом взводе 5 капсюль-детонаторов. Сколькими способами можно осуществить обмен 1 тротильной шашки на 1 капсюль-детонатор?

Ответ: 50.

15. В подчинении командира отделения 9 военнослужащих по призыву. Сколькими способами можно выбрать двух из них, чтобы отправить в воскресенье в городское увольнение?

Ответ: 36.

16. В роте механизации по списку 80 военнослужащих. Сколькими способами можно назначить команду численностью 10 человек для инженерного оборудования района расположения полевого лагеря?

Ответ: 115254447708400.

17. Рядовой Иванов получил на дополнительное питание два килограмма сахара, а его друг ефрейтор Сидоров блок сигарет «Прима».

Сколькими способами можно осуществить обмен килограмма сахара на блок сигарет?

Ответ: 2.

18. Во взводе налицо 15 военнослужащих. Сколькими способами можно назначить 3-х человек для чистки оружия после проведенных ночных стрельб?

Ответ: 455.

19. В комнате для хранения оружия роты 20 боевых автоматов АК-74 калибра 5,45 мм. Сколькими способами можно отобрать 6 из них для выдачи на тренировку дежурному подразделению, назначаемому от этой роты?

Ответ: 38760.

20. Сколькими способами можно изготовить три различные штампованные детали силами ремонтно-эвакуационного взвода роты механизации для ремонта ходовой части бульдозера Б.10 из 15 универсальных заготовок?

Ответ: 455.

21. Во взводе по штату 30 военнослужащих, из которых одна – должность заместителя командира взвода и три должности – командиров отделений. Сколькими способами можно назначить командный состав подразделения при условии, что все должности во взводе укомплектованы на 100%?

Ответ: 657720.

22. В воскресный день, после проведения воспитательных мероприятий по плану выходного дня войсковой части и убытия личного состава в городское увольнение в путевой роте осталось 100 человек. Сколькими способами можно отобрать 3-х военнослужащих для похода в краеведческий музей города?

Ответ: 161700.

23. В военизированной эстафете среди подразделений отдельного мостового железнодорожного батальона посвященной Дню России участвуют 20 военнослужащих. Сколькими способами могут распределиться призовые места (1, 2 и 3 место)?

Ответ: 6840.

24. На объект учебно-практических работ отдельного мостового железнодорожного батальона, находящийся на расстоянии более 200 км от его района расположения, от первой мостовой роты убывает команда в составе 5 человек. Для приема пищи личным составом во время пути следования начальник продовольственного склада войсковой части выдал старшему команды 10 ежедневных рационов питания. Сколькими способами можно выдать каждому военнослужащему один из рационов питания?

Ответ: 50.

25. В отделении технического обслуживания роты механизации по списку 10 военнослужащих. Сколькими способами можно выбрать 3-х из них для проведения сезонного технического обслуживания бульдозера Б.10?

Ответ: 120.

26. Во ремонтно-эвакуационном взводе роты механизации по списку 20 человек. По указанию заместителя командира батальона по вооружению – начальника технической части необходимо выделить четверых человек во время парково-хозяйственного дня для наведения порядка в парке войсковой части: одного – на пункте технического обслуживания и ремонта, второго – в аккумуляторной, третьего – на контрольно-техническом пункте, четвертого – в классе безопасности дорожного движения. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: 116280.

27. В отделении по списку 10 человек. По указанию заместителя командира взвода от отделения необходимо назначить трех человек в караул для сопровождения воинского груза. Сколькими способами можно осуществить отбор личного состава в караул?

Ответ: 120.

28. Сколько перестановок можно составить из букв слов: кусторез, рыхлитель, камнедробилка, трамбовка, профилировщик, гравиемойка?

Ответ: 40320, 181440, 1556755200, 181440, 518918400, 19958400.

29. На вещевой склад одной войсковой части получены 3 комплекта парадной формы одежды нового образца, а на склад другой войсковой части получены 10 комплектов парадной формы одежды старого образца. Сколькими способами можно осуществить обмен одного комплекта парадной формы одежды старого образца на новый?

Ответ: 30.

30. В путевой роте по списку 100 человек. Сколькими способами можно выбрать 3-х военнослужащих для направления их для получения молодого пополнения в отделы военного комиссариата Ростовской области: одного – по г. Новошахтинск и Родионо-Несветаевскому району, другого – по Пролетарскому и Первомайскому районам г. Ростова-на-Дону; третьего в – по Советскому и Железнодорожному районам г. Ростова-на-Дону.

Ответ: 970200.

Классическое определение вероятности

Вероятностью события A называется число, равное отношению числа благоприятствующих исходов m к числу равновозможных исходов эксперимента n .

$$P(A) = \frac{m}{n}.$$

Пример 1.

В цинке 500 патронов, 3 из них неисправны. Из цинка не глядя извлекают один патрон. Какова вероятность того, что он будет исправен?

Решение.

Так как исправленных патронов 497, а общее их количество 500, то вероятность извлечь исправный патрон составляет:

$$P(A) = \frac{497}{500} = 0,994.$$

Ответ: 0,994.

Пример 2.

В сумке три гранаты Ф-2 и одна граната РГД-5. Какова вероятность того, что достанут гранату Ф-2?

Решение.

Так как благоприятствующих исходов 3 (три гранаты Ф-2), а всего исходов 4, вероятность достать гранату Ф-2 составляет:

$$P(A) = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

Пример 3.

В ангаре стоит 30 танков. Из них 8 требуют технического ремонта. Какова вероятность того, что взводу попадётся 1 неисправный танк?

Решение.

Так как благоприятствующих вопросу исходов 8, а всего исходов 30, то вероятность того, что при выборе одного попадетсся неисправный составляет:

$$P(A) = \frac{8}{30} \approx 0,27.$$

Ответ: 0,27.

Пример 4.

В контейнере находятся 20 патронов для АК-74, 30 патронов для ПМ и 50 патронов для РПК. Наугад берут 5 патронов. Найдите вероятность того, что 3 из них будут патроны для ПМ.

Решение.

Поскольку наугад берется ни один патрон, а 5, то могут быть различные вариации сочетаний. Общее количество различных комбинаций определяется по формуле:

$$C_N^m = \frac{N!}{m!(N-m)!},$$

где N – общее число патронов ($N=100$),

m – число наудачу взятых патронов ($m=5$).

$$C_{100}^5 = \frac{100!}{5!(100-5)!} = \frac{100!}{5!95!}.$$

Тогда число благоприятствующих исходов будет определяться по формуле:

$$C_n^k \cdot C_{N-n}^{m-k},$$

$$\text{где } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad C_{N-n}^{m-k} = \frac{(N-n)!}{(m-k)!(N-n-(m-k))!}.$$

Здесь n – это общее количество благоприятствующих исходов.

n – это то, на что делается упор в задаче. В данном случае акцент делается на патроны для ПМ ($n=30$).

k – это благоприятствующее количество, извлекаемое из множества. k – всегда звучит в вопросе задачи: «Найдите вероятность того, что 3 из них будут патроны для ПМ.» ($k=3$)

То есть если из множества извлекается ни один элемент, а несколько, то такие задачи можно решать по формуле:

$$P(A) = \frac{C_n^k \cdot C_{N-n}^{m-k}}{C_N^m}.$$

В нашем случае вероятность будет следующей:

$$P(A) = \frac{C_{30}^3 \cdot C_{100-30}^{5-3}}{C_{100}^5} = \frac{C_{30}^3 \cdot C_{70}^2}{C_{100}^5} = \frac{5!(100-5)!30!70!}{100!3!(30-3)!2!(70-2)!} = \frac{5!95!30!70!}{100!3!27!2!68!} =$$

$$\frac{5!(95)!(30)!(70)!}{(100)!3!(27)!2!(68)!} = \frac{28 \cdot 29 \cdot 30 \cdot 69 \cdot 70 \cdot 4 \cdot 5}{96 \cdot 97 \cdot 98 \cdot 99 \cdot 100 \cdot 2} \approx 0,13.$$

Ответ: 0,13.

Задачи для самостоятельного решения



1. В производственной части отдельной железнодорожной бригады служат 10 офицеров, из которых 3 старших инженера и 7 инженеров. Для разработки проекта организации строительства объекта требуется один офицер. Какова вероятность того, что для выполнения этой задачи назначат старшего инженера производственной части?

Ответ: 0,3.

2. На продовольственный склад войсковой части завезли консервированные помидоры в трехлитровых банках. В одном ящике 6 банок с красными помидорами, а в другом 4 банки с зелеными помидорами. Из одного ящика в другой переложили одну банку с помидорами. Какова вероятность того, что переложили банку с зелеными помидорами?

Ответ: 0,4.

3. В отдельном путевом железнодорожном батальоне служат 20 младших офицеров, из них 15 лейтенантов и 5 капитанов. Ежедневно, для заступления начальником караула назначается один офицер. Какова вероятность того, что он будет в воинском звании капитана?

Ответ: 0,25.

4. В прикроватной тумбочке рядового Иванова лежат 10 конвертов для писем родным, из которых 8 конвертов с почтовой маркой и 2 конверта без марок. Рядовой Иванов написал письмо своей девушке, где сделал ей предложение пожениться. Какова вероятность вытащить из прикроватной тумбочки конверт без марки?

Ответ: 0,2.

5. Во взводе механизации отделочных работ роты механизации служат 9 человек родом из Ростова-на-Дону, 2 человека из Краснодарского края и 3 человека из Псковской области. Командир взвода ставит задачу по заправке автогрейдера ДЗ-98 одному из военнослужащих взвода. Найдите вероятность того, что он будет родом из Краснодарского Края?

Ответ: 0,143.

6. После выполнения упражнений стрельб из штатного оружия на стрельбище войсковой части личный состав взвода землеройных машин роты механизации собирал гильзы от патронов и складывал их в цинковый ящик от боеприпасов. К моменту прихода командира взвода в цинке оказалось 30 гильз от автоматных и 10 гильз от пистолетных патронов. Командир взвода достал из сумки один патрон. Какова вероятность того, что он достал пистолетный патрон?

Ответ: 0,25.

7. В ящике для боеприпасов лежат вперемешку патроны разных калибров: 10 штук 5,45 мм. и 13 штук 9 мм. Какова вероятность того, что сразу достанут патрон калибра 9 мм.?

Ответ: 0,565.

8. В цинковом ящике для боеприпасов 660 патронов 2018 года выпуска, 2 из них бракованные. Из цинка не глядя извлекают один патрон. Какова вероятность того, что он будет с браком?

Ответ: 0,003.

9. После ночных стрельб технической роты отдельного путевого железнодорожного батальона осталось 30 патронов 5,45 мм. для АК-74, 45 патронов 9 мм. для ПМ и 100 патронов 7,62 мм. для РПК, которые переложили в один пустой цинк. Руководитель стрельб взял наугад из ящика один патрон. Найдите вероятность того, что это будет патрон для ПМ.

Ответ: 0,26.

10. В столовой войсковой части на ужин остались 2 блюда с жареной селедкой и 3 блюда с тушеной квашеной капустой. Какова вероятность того, что дежурному по роте, который ужинает после всего личного состава достанется жареная селедка?

Ответ: 0,4.

11. В одном гарнизоне расположены путевой, мостовой и восстановительный батальон отдельной железнодорожной бригады. В соответствии с планом внезапных проверок в гарнизон направлена военная инспекция для проверки боевой готовности одного из батальонов. Какова вероятность того, что военная инспекция будет проверять мостовой батальон?

Ответ: 0,33.

12. Командир отдельного мостового железнодорожного батальона должен доложить командиру бригады о восстановлении малого моста на порученном участке. Телефонистка на узле связи забыла последнюю цифру номера телефона командира бригады и поэтому набирает её наугад. Определите вероятность того, что она сразу дозвонится адресату?

Ответ: 0,1.

13. В спальном помещении взвода землеройных машин роты механизации 20 кроватей, отмеченных в штатно-должностным списком взвода номерами от «1» до «20». Какова вероятность того, что старшина

роты при проверке внутреннего порядка в подразделении проверит наличие подматрасника на кровати с порядковым номером «7»?

Ответ: 0,05.

14. Первая путевая рота возвратилась в подразделение после ночных стрельб на полигоне. Нерадивый дежурный по роте при приеме наряда не сверил оружие по штучно, по номерам и по комплектности, сданное личным составом в комнату для хранения оружия. Утром командир роты дает команду дежурному по роте вскрыть комнату для хранения оружия и представить оружие для проверки. На проверку представлены 25 автоматов АК-74 из которых у 2-х отсутствуют пеналы с принадлежностью. Какова вероятность того, что наугад выбранный автомат будет в комплекте?

Ответ: 0,92.

15. В парке отдельного железнодорожного батальона механизации находится 32 автосамосвала КаМАЗ-5511, из которых 17 неисправны. Прибывший из управления бригады для проверки технической готовности техники офицер дает команду завести стоящий с ним рядом самосвал. Какова вероятность того, что он дал команду завести неисправный автосамосвал.

Ответ: 0,53125.

16. В штабе 10 офицеров: 6 майоров и 4 капитана. Для выполнения боевой задачи нужен 1 офицер, какова вероятность, что этим офицером будет капитан?

Ответ: 0,4.

17. В два ящика положили 5 жёлтых и 4 красных дымовых гранаты. Из одного ящика переложили гранату в другой. Какова вероятность того, что переложили красную дымовую гранату?

Ответ: 0,44.

18. В воинской части среди младшего офицерского состава 20 человек: 14 лейтенантов и 6 капитанов. Для несения караульной службы выбирается один офицер. Какова вероятность, что он окажется лейтенантом?

Ответ: 0,7.

19. В ящике с боеприпасами лежат 10 гранат: 6 гранат Ф-1 и 4 гранаты РГД-5. Какова вероятность вытащить из ящика гранату Ф-1?

Ответ: 0,6.

20. Во взводе находятся 9 человек из Ростова-на-Дону, 2 человека из Перми, и 3 человека из Пскова. Командир взвода поручает задание одному человеку из взвода. Найти вероятность того, что он будет из Перми.

Ответ: 0,143.

21. В сумке 30 автоматных и 10 пистолетных патронов. Из сумки достали один патрон, какова вероятность того, что достали автоматный?

Ответ: 0,75.

22. В ящике для боеприпасов лежат вперемешку патроны разных калибров: 10 штук 5.45х39, 13 штук 9х18. Какова вероятность что достанут патрон 5.45х39?

Ответ: 0,435.

23. В цинке 660 патронов, 2 из них неисправны. Из цинка не глядя извлекают один патрон. Какова вероятность того, что он будет исправен?

Ответ: 0,997.

24. В контейнере находятся 30 патронов для АК-74, 20 патронов для ПМ и 100 патронов для РПК. Наугад берут 1 патрон. Найдите вероятность того, что это будут патроны для ПМ.

Ответ: 0,133.

25. В сумке семь гранаты Ф-2 и три гранаты РГД-5. Какова вероятность того, что достанут гранату Ф-2?

Ответ: 0,7.

26. Депо закупило путевые машины: ПМГ, ПРСМ, ЩОМ-4, ЩОМ-Д, Найти вероятность того, что ПМГ на смену выйдет первой.

Ответ: 0,25.

27. Лейтенант забыл последнюю цифру номера телефона штаба, и поэтому набирает её наугад. Определите вероятность того, что он сразу дозвонится в штаб?

Ответ: 0.1.

28. В оружейной пирамиде 20 автоматов АК-74, помеченных номерами от «101» до «120». Какова вероятность того, что полковник вытащит автомат с номером «107»?

Ответ: 0,05.

29. В ящике лежат 25 гранат, из них 2 неисправны. Какова вероятность того, что наугад выбранная граната исправна?

Ответ: 0,92.

30. Завод изготавливает 300 ковшей в день, 4 из них бракованные. С какой вероятностью на экскаватор установится исправный ковш?

Ответ: 0,987.

Теоремы сложения и умножения вероятностей

Теорема сложения 1.

Вероятность наступления одного из двух совместных событий, безразлично какого равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Теорема сложения 2.

Вероятность наступления хотя бы одного из двух несовместных событий, безразлично какого равна сумме вероятностей этих событий.

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

Теорема умножения 1.

Вероятность наступления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого.

$$P(AB) = P(A)P(B/A),$$

$$\text{или } P(AB) = P(B)P(A/B).$$

Теорема умножения 2.

Вероятность наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

$$P(AB) = P(A)P(B).$$

Пример 1.

На военную группу студентов выделяют два автомата для разборки-сборки и изучения механизмов. Вероятность того, что группа сломает автоматы: для первого 0,1 и для второго 0,05. Найти вероятность того, что сломается один автомат.

Решение.

Так как вероятность сломаться первому автомату $P(A_1) = 0,1$, то вероятность ему остаться исправным соответственно $P(\bar{A}_1) = 1 - 0,1 = 0,9$.

Так как вероятность сломаться второму автомату $P(A_2) = 0,05$, то вероятность ему остаться исправным соответственно $P(\bar{A}_2) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Разбирать и собирать автоматы студенты будут в любом случае оба, поэтому необходимо рассмотреть все возможные варианты: сломается первый автомат $P(A_1)$, а второй нет $P(\bar{A}_2)$, или сломается второй $P(A_2)$, а первый останется исправным $P(\bar{A}_1)$.

$$P(A) = P(A_1)P(\bar{A}_2) + P(\bar{A}_1)P(A_2),$$

$$P(A) = 0,1 \cdot 0,95 + 0,9 \cdot 0,05 = 0,14.$$

Ответ: 0,14.

Пример 2.

Противотанковые орудия выстрелили по танку три раза с вероятностью попадания: 0,8; 0,9; 0,95 соответственно. Танк будет разрушен, если в него попадут два снаряда. Найти вероятность того, что танк будет разрушен.

Решение.

Вероятность того, что попадет первое орудие $P(A_1) = 0,8$, тогда вероятность того, что не попадет первое орудие $P(\bar{A}_1) = 1 - 0,8 = 0,2$.

Вероятность того, что попадет второе орудие $P(A_2) = 0,9$, тогда вероятность того, что второе орудие промажет $P(\bar{A}_2) = 1 - 0,9 = 0,1$.

Вероятность того, что попадет третье орудие $P(A_3) = 0,95$, тогда вероятность того, что третье орудие выстрелит мимо $P(\bar{A}_3) = 1 - 0,95 = 0,05$.

Так как стреляют все три орудия, то необходимо учесть все возможные комбинации попаданий.

$$P(A) = P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(A_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(A_3).$$

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,9 \cdot 0,05 + 0,8 \cdot 0,1 \cdot 0,95 + 0,2 \cdot 0,9 \cdot 0,95 = 0,283.$$

Ответ: 0,283.

Пример 3.

Три солдата разбирают автомат на время. Вероятность того, что первый уложится в норматив 0,7, второй - 0,9, третий - 0,78. Найти вероятность того, что все уложатся в норматив.

Решение.

Так как все три солдата должны уложиться в норматив, то необходимо перемножить вероятности успеха каждого:

$$P(A) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) = 0,7 \cdot 0,9 \cdot 0,78 = 0,4914.$$

Ответ: 0,4914.

Пример 4.

В гараже зимой стоят три БТР, вероятность того, что они заведутся 0,96; 0,98 и 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что хотя бы один заведется.

Решение.

Способ 1.

Вероятность того, что заведется первый БТР $P(A_1) = 0,96$, тогда вероятность того, что он не заведется $P(\bar{A}_1) = 0,04$.

Вероятность того, что заведется второй БТР $P(A_2) = 0,98$, тогда вероятность того, что он не заведется $P(\bar{A}_2) = 0,02$.

Вероятность того, что заведется третий БТР $P(A_3) = 0,9$, тогда вероятность того, что он не заведется $P(\bar{A}_3) = 0,1$.

В данной задаче «хотя бы один» означает либо один, либо два, либо три. Поскольку не известно какой именно один и какие именно два, то необходимо перебрать все возможные комбинации.

$$\begin{aligned} P(A) &= P(A_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) + \\ &+ P(A_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(A_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(A_3) + P(A_1)P(A_2)P(A_3). \\ P(A) &= 0,96 \cdot 0,02 \cdot 0,1 + 0,04 \cdot 0,98 \cdot 0,1 + 0,04 \cdot 0,02 \cdot 0,9 + \\ &+ 0,96 \cdot 0,98 \cdot 0,1 + 0,96 \cdot 0,02 \cdot 0,9 + 0,04 \cdot 0,98 \cdot 0,9 + 0,96 \cdot 0,98 \cdot 0,9 = 0,99992. \end{aligned}$$

Способ 2 (от противоположного)

Противоположным к «хотя бы один» является «ни один». Найдем вероятность того, что ни один БТР не заведется, то есть не заведутся все.

$$P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) = 0,04 \cdot 0,02 \cdot 0,1 = 0,00008,$$

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1,$$

тогда вероятность того, что заведется хотя бы один определится по формуле: $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

$$P(A) = 1 - 0,0008 = 0,9992.$$

Задачи для самостоятельного решения



1. В парке отдельного железнодорожного батальона механизации на открытой стоянке находятся 2 тяжелых бульдозера ДЗ-126В. Вероятность того, что они сразу заведутся 0,98; 0,95. Найти вероятность того, что, хотя бы один из них сразу заведется.

Ответ: 0,999.

2. На зачете по огневой подготовке лейтенант Коваленко сделал по одному выстрелу из трех видов оружия: АК-74, РПК и ПМ. Вероятность попадания из каждого вида оружия 0,8; 0,75 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что, хотя бы один из выстрелов попадет в цель?

Ответ: 0,995.

3. Для отработки нормативов по неполной разборке (сборке) автомата АК-74 на отделение выделено 2 учебных автомата. Вероятность того, что

автоматы могут выйти из строя 0,2 и 0,4 соответственно. Найти вероятность того, что один автомат станет неисправным.

Ответ: 0,44.

4. Противотанковый комплекс управляемых ракет «Конкурс» выстреляет по танку «Абрамс». Вероятность попадания при первом выстреле 0,97; при втором - 0,98; при третьем - 0,99. Танк противника навсегда выйдет из строя, если в него попадет одна управляемая ракета. Найти вероятность того, что танк будет уничтожен.

Ответ: 0,999994.

5. В роте механизации отдельного железнодорожного батальона механизации два тяжелых бульдозера ДЗ-126В. Вероятность того, что при производстве земляных работ на объекте бригады в тяжелых климатических условиях они выдут из строя 0,3 и 0,5 соответственно. Найти вероятность того, что один из них будут ремонтировать.

Ответ: 0,5.

6. В отдельный ремонтный железнодорожный батальон для среднего ремонта на агрегатах поступили 4 единицы землеройно-транспортной техники из батальона механизации. Вероятность того, что они будут отремонтированы в установленный срок равна 0,85; 0,67; 0,7; 0,8 соответственно. Найдите вероятность того, что все единицы техники будут отремонтированы в установленный планом ремонта срок.

Ответ: 0,31892.

7. В соответствии с Гособоронзаказом, заключенным Минобороны России с ОАО «Камаз» в автомобильную роту отдельного железнодорожного батальона механизации должны поступить три автосамосвала КаМАЗ-5511 место списанных ранее. Вероятность того, что они поступят в установленный контрактом срок равна 0,95; 0,9 и 0,7 соответственно. Найдите вероятность, того, что все самосвалы поступят точно в срок.

Ответ: 0,5985.

8. Перед принятием присяги на верность своей Родине молодой солдат по призыву стреляет три раза из автомата по ростовой фигуре с вероятностью попадания по цели 0,7; 0,9 и 0,8 соответственно. Какова вероятность того, что он попадет хотя бы два раза?

Ответ: 0,902.

9. Для выполнения регламентных работ на пункте консервации техники центра обеспечения мобилизационного развертывания требуются двое военнослужащих, но по плану выходного дня в это время спланирован просмотр телепередач. Военнослужащие второй путевой роты рядовые Иванов, Петров и Соболев систематически нарушают воинскую дисциплину, опаздывают на построения личного состава перед приемом пищи с вероятностью 0,5; 0,8 и 0,7 соответственно. Какова вероятность того, что вместо просмотра телепередач двое из перечисленных военнослужащих займутся мероприятиями по обеспечению сохранности техники, находящейся на длительном хранении?

Ответ: 0,97.

10. Три офицера лейтенанты Иванов, Петров и Сидоров ежедневно приходят в роту для контроля выполнения мероприятий, предусмотренных распорядком дня с вероятностью 0,3; 0,9 и 0,8 соответственно. Какова вероятность того, что сегодня никто не придет?

Ответ: 0,014.

11. При проверке состояния боевой готовности отдельного железнодорожного батальона механизации по тревоге поднимают всю технику и направляют ее маршем в район выполнения поставленной задачи. В отделении землеройных машин взвода механизации отделочных работ роты механизации три единицы землеройно-транспортной техники. Вероятность того, что заведется бульдозер Б.10 – 0,95; автогрейдер ДЗ-98 – 0,9; экскаватор ЭО-3323 – 0,9. Найти вероятность того, что, хотя бы две единицы техники заведутся и будут готовы к выполнению поставленной задачи.

Ответ: 0,981.

12. На занятиях по огневой подготовке трое военнослужащих разбирают автомат АК-74 на время. Вероятность того, что первый военнослужащий уложится в норматив составляет – 0,3; второй – 0,9; третий – 0,8. Найти вероятность того, что все военнослужащие уложатся в норматив по разборке автомата.

Ответ: 0,216.

13. Пять военнослужащих второго отделения первого взвода готовятся к утреннему осмотру. При проверке внешнего вида подчиненных командир отделения может найти недостатки у первого военнослужащего с вероятностью – 0,4; у второго – 0,5; у третьего – 0,25; у четвертого – 0,1; у пятого – 0,3. Найдите вероятность того, что, хотя бы у одного военнослужащего командир отделения найдет недостатки внешнего вида.

Ответ: 0,85825.

14. На тактико-специальных учениях мостовая рота в составе трех взводов совершает марш-бросок, протяжностью 5 км. Вероятность того, что первый взвод преодолеет дистанцию и получит положительную оценку – 0,7; второй – 0,8, третий – 0,4. Найти вероятность того, что, хотя бы два взвода из роты преодолеют дистанцию и получают положительную оценку командования.

Ответ: 0,488.

15. Три офицера по указанию начальника штаба батальона ежедневно проверяют несение службы караулом. Вероятность того, что в пятницу придет первый офицер – 0,7; второй – 0,9; третий – 0,2. Найти вероятность того, что в пятницу все же придёт один из них.

Ответ: 0,278.

16. В гараже зимой стоят 2 БТР, вероятность того, что они заведутся 0,9; 0,95 соответственно. Найти вероятность того, что хотя бы один заведется.

Ответ : 0,995.

17. На учениях солдат сделал по выстрелу из трех разных оружий: автомата, пулемета и пистолета. Вероятность попадания 0,85; 0,7; 0,9

соответственно. Какова вероятность того, что солдат хотя бы один раз попадет в мишень?

Ответ : 0,9955.

18. На военную группу студентов выделяют два автомата для разборки-сборки и изучения механизмов. Вероятность того, что группа сломает автомат 0,7 и 0,8 соответственно. Найти вероятность того, что сломается один автомат.

Ответ : 0,38.

19. Противотанковые орудия выстрелили по танку три раза с вероятностью попадания: 0,7; 0,8; 0,8 соответственно. Танк будет разрушен, если в него попадут два снаряда. Найти вероятность того, что танк будет разрушен.

Ответ : 0,416.

20. В спортзале два велотренажера, вероятность того, что их будут ремонтировать равна 0,6 и 0,5 соответственно. Найти вероятность того, что один из них будут ремонтировать.

Ответ : 0,5.

21. В ремонтное депо поступило 4 танка. Вероятность того, что они будут отремонтированы в срок равна 0,85; 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что только три танка будут отремонтированы в срок.

Ответ : 0,4346.

22. Три БМП (боевая машина пехоты) поступают в часть. Вероятность того, что они поступят в срок 0,94; 0,9; 0,7 соответственно. Найти вероятность, что два из них поступят в срок.

Ответ : 0,3574.

23. Из танка стреляют три раза по мишени с вероятностью попадания по цели 0,7; 0,85; 0,8 соответственно. Какова вероятность того, что попадут хотя бы два раза?

Ответ : 0,407.

24. Для работ по хозяйству в тире требуется два человека. Сережа, Леша, и Никита опаздывают на построение систематически с вероятностью 0,5; 0,8; 0,7

соответственно. Какова вероятность того, что в эту пятницу будет кому убирать и работать в тире?

Ответ : 0,97.

25. Три офицера: Иванов, Петров, Сидоров посещают общежитие с вероятностью 0,3; 0,9; 0,95 соответственно. Какова вероятность того, что никто не придет?

Ответ : 0,0035.

26. В батальоне по тревоге поднимают всю технику. Во взводе три танка. Вероятность того, что заведется первый – 0,95; второй – 0,9; третий – 0,9. Найти вероятность того, что хотя бы два танка будут готовы к тревоге.

Ответ : 0,981.

27. Три солдата разбирают автомат на время. Вероятность того, что первый уложится в норматив 0,4, второй - 0,6, третий – 0,8. Найти вероятность того, что все уложатся в норматив.

Ответ : 0,192.

28. Пять солдат готовятся к утреннему осмотру. Вероятность найти недостатки у первого солдата 0,3, у второго - 0,5, у третьего - 0,2, у четвертого - 0,1, у пятого – 0,15. Найти вероятность того, что хотя бы у одного найдут недостатки.

Ответ : 0,7858.

29. Три солдата совершают маршбросок. Вероятность того, что первый преодолеет дистанцию 0,7, второй - 0,8, третий – 0,4. Найти вероятность того, что 2 из них преодолеют дистанцию.

Ответ : 0,488.

30. Три офицера посещают общежитие. Вероятность того что в пятницу придёт первый - 0,6, второй - 0,9, третий - 0,5. Найти вероятность того, что в пятницу придёт 1 из них.

Ответ : 0,23.

Полная вероятность

Пусть H_i - гипотеза ($i=1,2,...,n$), тогда сумма всех гипотез в одном эксперименте есть достоверное событие:

$$H_1 + H_2 + \dots + H_n = \Omega,$$

а сумма вероятностей всех гипотез в одном эксперименте равна единице:

$$P(H_1) + P(H_2) + \dots + P(H_n) = 1$$

Формула полной вероятности

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + \dots + P(H_n)P(A/H_n),$$

где $P(A/H_i)$ - вероятность наступления события A , вычисленная в предположении i – гипотезы.

Формула полной вероятности используется в тех задачах, в которых безразлично какая из гипотез приведет к наступлению события A , лишь бы событие произошло.

Пример 1.

Воинская часть может получить оружие с одного из 2-х складов с одинаковой вероятностью. Вероятность того, что оружие будет исправным для 1-го - 0,9; для 2-го - 0,88. Найти вероятность того, что полученное оружие будет исправно.

Решение.

Так как воинская часть может обратиться и получить оружие в любом из двух складов с одинаковой вероятностью, то существует две основные гипотезы.

Гипотеза 1: воинская часть может получить оружие на первом складе с вероятностью $P(H_1) = \frac{1}{2}$.

Гипотеза 2: воинская часть может получить оружие на втором складе с вероятностью $P(H_2) = \frac{1}{2}$.

Вероятность того, что оружие, выданное первым складом, будет исправным $P(A/H_1) = 0,9$.

Вероятность того, что оружие, выданное вторым складом, будет исправным $P(A/H_2) = 0,88$.

Согласно вопросу, поставленному в задаче, нет никакой разницы с какого склада это оружие. Важно лишь, чтобы оно было исправным. Поэтому учитываются все гипотезы и задача решается по формуле полной вероятности

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2).$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \cdot 0,9 + \frac{1}{2} \cdot 0,88 = 0,89.$$

Ответ: 0,89.

Пример 2.

Офицер с равной вероятностью может зайти в 4 оружейные комнаты для выбора подходящего оружия. Вероятность выбрать оружие в 1-й комнате – 0,2; во 2-й – 0,7, в 3-й – 0,9, в 4-й – 0,5. Найти вероятность того, что оружие выбрано.

Решение.

Поскольку офицер может зайти в любую из четырех оружейных комнат с одинаковой вероятностью, то выделяются четыре гипотезы.

Гипотеза 1: офицер зайдет в первую оружейную комнату $P(H_1) = \frac{1}{4}$.

Гипотеза 2: офицер зайдет во вторую оружейную комнату $P(H_2) = \frac{1}{4}$.

Гипотеза 3: офицер зайдет в третью оружейную комнату $P(H_3) = \frac{1}{4}$.

Гипотеза 4: офицер зайдет в четвертую оружейную комнату $P(H_4) = \frac{1}{4}$.

Вероятность того, что офицер выберет оружие в первой комнате $P(A/H_1) = 0,2$.

Вероятность того, что офицер выберет оружие во второй комнате $P(A/H_2) = 0,7$.

Вероятность того, что офицер выберет оружие в третьей комнате $P(A/H_3) = 0,9$.

Вероятность того, что офицер выберет оружие в четвертой комнате $P(A/H_4) = 0,5$.

Тогда вероятность того, что при любой гипотезе выбор будет сделан определяется по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3) + P(H_4)P(A/H_4).$$

$$P(A) = \frac{1}{4} \cdot 0,2 + \frac{1}{4} \cdot 0,7 + \frac{1}{4} \cdot 0,9 + \frac{1}{4} \cdot 0,5 = 0,575.$$

Ответ: 0,575.

Пример 3.

Командир взвода может поручить выполнить боевую задачу первому отделению с вероятностью 0,1, второму отделению с вероятностью – 0,6, третьему отделению с вероятностью – 0,3. Вероятность того, что первое отделение выполнит задачу 0,4, второе отделение – 0,8, третье отделение – 0,5. Найти вероятность того, что боевая задача выполнена.

Решение.

Гипотеза 1: командир отделения поручит выполнить задачу первому отделению $P(H_1) = 0,1$.

Гипотеза 2: командир отделения поручит выполнить задачу второму отделению $P(H_2) = 0,6$.

Гипотеза 3: командир отделения поручит выполнить задачу третьему отделению $P(H_3) = 0,3$.

При условии, что командир обратился к первому отделению, оно справится с задачей $P(A/H_1) = 0,4$.

При условии, что командир обратился ко второму отделению, оно справится с задачей $P(A/H_2) = 0,8$.

При условии, что командир обратился к третьему отделению, оно справится с задачей $P(A/H_3) = 0,5$.

Тогда вероятность того, что при любой гипотезе задача будет выполнена определяется по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3).$$

$$P(A) = 0,1 \cdot 0,4 + 0,6 \cdot 0,8 + 0,3 \cdot 0,5 = 0,67.$$

Ответ: 0,67.

Пример 4.

Москва звонит первому офицеру в два раза чаще, чем двум другим, которым звонит одинаково часто. Вероятность того, что в течение первой минуты офицеры возьмут трубку: 0,9; 0,5; 0,7 соответственно. Какова вероятность, что течение первой минуты возьмут трубку?

Решение.

Так как первому офицеру звонят в два раза чаще, чем двум другим, которым звонят одинаково часто, то вероятность того, что звонок будет адресован первому $P(H_1)=0,5$; звонок второму - $P(H_2)=0,25$, звонок третьему - $P(H_3)=0,25$.

При условии звонка первому, вероятность того, что он возьмет трубку в течении первой минуты $P(A/H_1)=0,9$.

При условии звонка второму, вероятность того, что он возьмет трубку в течении первой минуты $P(A/H_2)=0,5$.

При условии звонка третьему, вероятность того, что он возьмет трубку в течении первой минуты $P(A/H_3)=0,7$.

Тогда вероятность того, что при звонке любому из них трубка будет поднята в течении первой минуты вычисляется по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3)$$

$$P(A) = 0,5 \cdot 0,9 + 0,25 \cdot 0,5 + 0,25 \cdot 0,7 = 0,75.$$

Ответ: 0,75.

Задачи для самостоятельного решения



1. В войсковую часть могут поступать продукты питания с одного из трех продовольственных складов военного округа. Вероятность того, что продовольствие будет не просроченным для 1-го склада – 0,6; для 2-го – 0,8; и для 3-го – 0,7 соответственно. Найти вероятность того, что поставленное продовольствие не будет просрочено.

Ответ: 0,7.

2. Для выполнения производственных задач на объекте, порученном отдельному путевому железнодорожному батальону, производственная часть бригады с одинаковой вероятностью может заказать восстановительные материалы и конструкции (ВМиК) у 3-х поставщиков. Вероятность своевременной доставки ВМиК до начала строительства: 0,4; 0,5 и 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что ВМиК будут доставлены в установленный срок в соответствии с планом.

Ответ: 0,6.

3. Войсковая часть может получить технику на доукомплектование по штатам военного времени с одного из 3-х предприятий. Вероятность того, что

техника будет исправна составляет: для первого предприятия – 0,9; для второго – 0,9; для третьего – 0,6. Найти вероятность того, что техника, поставленная с предприятий по мобилизационному заданию будет исправной.

Ответ: 0,8.

4. Дежурный по войсковой части с равной вероятностью может зайти в обе путевые роты отдельного путевого железнодорожного батальона для проверки наличия личного состава и соблюдения распорядка дня. Вероятность выявить нарушения в 1-й роте – 0,4; во 2-й – 0,8. Найти вероятность того, что нарушения будут выявлены.

Ответ: 0,6.

5. Оперативный дежурный по отдельной железнодорожной бригаде с одинаковой вероятностью может позвонить в четыре батальона бригады: в путевой, в мостовой, механизации и восстановительный. Вероятность того, что в течение первой минуты дежурные по батальонам ответят на звонок оперативного дежурного, составляет: 0,8; 0,9; 0,3; и 0,8 соответственно. Какова вероятность, что течение первой минуты дежурные по батальонам возьмут трубку?

Ответ: 0,7.

6. На итоговой проверке по физической подготовке офицер с равной вероятностью может выбрать для выполнения одно из трех упражнений на силу. Вероятность того, что офицер будет поднимать гири – 0,4; подтягиваться – 0,9; делать жим штанги от груди – 0,8. Какова вероятность того, что офицер будет сдавать проверку?

Ответ: 0,7.

7. Солдат на учениях отрабатывает бросок гранаты в окно занятого террористами здания. Он может кинуть гранату в одно из трех окон с равной вероятностью. Вероятность того, что он попадет равна 0,9; 0,6 и 0,1 соответственно. Какова вероятность того, что солдат попадет в окно?

Ответ: 0,32.

8. Военнослужащий с равной вероятностью может выбрать один из трех автоматов. Вероятность того, что он почистит первый автомат – 0,5; второй – 0,6; третий – 0,7. Найти вероятность того, что автомат почищен.

Ответ: 0,6.

9. Военнослужащий на стрельбах с равной вероятностью может попасть в одну из трех мишеней. Вероятность сделать выстрел по первой мишени – 0,5; по второй – 0,7; по третьей – 0,8. Найти вероятность того, что военнослужащий попадет в мишень.

Ответ: 0,67.

10. Старший инженер – заместитель командира отдельного путевого железнодорожного батальона может поручить подготовить проект организации работ на порученном объекте одному из трех инженеров производственной части. Вероятность того, что каждый из офицеров выполнит поставленную задачу к установленному сроку, составляет 0,5; 0,8 и 0,7 соответственно. Найти вероятность того, что проект организации работ на объекте батальона будет готов в срок.

Ответ: 0,67.

11. Для нештатного подразделения антитеррора командир батальона поручил закупить новые бронежилеты. На сайте предприятия по производству защитных средств представлены бронежилетами разных классов защиты. Один бронежилет защищает 85% торса, второй 90%; третий – 95%. Найти вероятность того, что при использовании бронежилет спасет жизнь того, кто его наденет.

Ответ: 0,9.

12. Войсковая часть заказывает услуги по стирке постельного белья и обмундирования военнослужащих по призыву у сторонних организаций. Командир части с одинаковой вероятностью может заключить контракт на оказание бытовых услуг с одной из трех специализированных фирм, находящиеся в городе. Вероятность того, что условия контракта по оказанию услуг будут выполнены фирмами, составляет 0,9; 0,8 и 0,6 соответственно. Найти

вероятность того, что в данной войсковой части у солдат будет всегда чистая форма и свежее постельное белье.

Ответ: 0,77.

13. Мостовая рота совершает марш для восстановления разрушенного моста. Командир первого взвода получает задачу выделить одно из отделений в головную походную заставу. Вероятность того, что он назначит первое отделению составляет 0,2; второе отделение – 0,5; третье отделение – 0,3. Вероятность того, что первое отделение успешно справится с задачей – 0,9, второе отделение – 0,8, третье отделение – 0,85. Найти вероятность того, что боевая задача будет выполнена.

Ответ: 0,84.

14. Командир путевого взвода получает задачу к утру уложить стрелочный перевод. Вероятность того, что он поручит выполнение задачи первому отделению – 0,4; второму отделению – 0,5; третьему отделению – 0,1. Вероятность того, что первое отделение справится с поставленной задачей к установленному сроку – 0,9; второе отделение – 0,95; третье отделение – 0,7. Найти вероятность того, что утром стрелочный перевод будет уложен.

Ответ: 0,91.

15. Военнослужащий по призыву может сходить в городское увольнение в одно из трех оставшихся воскресений этого месяца. Вероятность того, что он пойдет в увольнение в первое воскресенье – 0,4; во второе – 0,3, в третье – 0,3. Вероятность познакомиться с девушкой в первое из воскресений составляет – 0,9, во второе – 0,8, в третье – 0,5. Найти вероятность того, что военнослужащий познакомится с новой девушкой во время увольнений.

Ответ: 0,75.

16. Воинская часть может получить оружие с одного из 3-х складов. Вероятность того, что оружие будет исправным для 1-го 0,7; для 2-го - 0,8; и 3-го - 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что оружие будет исправно.

Ответ: 0,8.

17. Штаб с одинаковой вероятностью может заказать автоматы у 3-х поставщиков. Вероятность своевременной доставки товара в срок: 0,8; 0,6; 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что автоматы будут доставлены в срок.

Ответ: 0,77.

18. Военная часть может заказать танки на одном из 3-х складов. Вероятность того, что танки будут 2017 г. выпуска составляет: для первого склада 0,9; для второго склада – 0,8; для третьего склада – 0,5. Найти вероятность того, что танки будут 2017г. выпуска.

Ответ: 0,73.

19. Офицер с равной вероятностью может зайти в 2 оружейные комнаты для выбора подходящего оружия. Вероятность выбрать в 1-й комнате – 0,4; во 2-й – 0,7. Найти вероятность того, что оружие выбрано.

Ответ: 0,55.

20. Москва с одинаковой вероятностью может позвонить 4-м офицерам: Салову, Мореловскому, Полеву, Васильченко. Вероятность того, что в течение первых десяти секунд офицеры возьмут трубку: 0,8; 0,5; 0,3; 0,7 соответственно. Какова вероятность, что первых десяти секунд офицеры возьмут трубку?

Ответ: 0,575.

21. Взвод с равной вероятностью может выбрать для разбора одно из трех оружий. Вероятность того, что взвод будет разбирать автомат – 0,4; пистолет – 0,7; гранату – 0,8; Какова вероятность того, что оружие будет разобрано?

Ответ: 0,63.

22. Солдат может кинуть гранату в одну из трех целей с равной вероятностью. Вероятность того, что он попадет равна 0,7; 0,6; 0,2; соответственно. Какова вероятность того, что солдат попадет в цель?

Ответ: 0,5.

23. Военнослужащий с равной вероятностью может выбрать один из трех автоматов. Вероятность стрельбы с первого – 0,4, со второго – 0,6, с третьего – 0,8. Найти вероятность того, что с автомата стреляли.

Ответ: 0,6.

24. Солдат с равной вероятностью может попасть в одну из трех мишеней. Вероятность сделать выстрел в первую мишень – 0,4; во вторую – 0,7; в третью – 0,8. Найти вероятность того, что солдат попал по мишени.

Ответ: 0,63.

25. Заказчик может обратиться для изготовления детали в одно из трех конструкторских бюро. Вероятность того, что проект выполнят за время t : 0,5; 0,8; 0,7 соответственно. Найти вероятность того, что заказчику изготовят деталь за время t .

Ответ: 0,66.

26. Идет выбор между тремя бронежилетами разных классов бронезащиты. Первый защищает 0,8 торса, второй – 0,9; третий – 0,95. Найти вероятность того, что носитель останется невредим.

Ответ: 0,88.

27. Военная часть с одинаковой вероятностью может заказать полевую форму у трех поставщиков. Вероятность того, что форма будет доставлена до полевых сборов: 0,9; 0,8; 0,6 соответственно. Найти вероятность того, что форма будет доставлена вовремя.

Ответ: 0,77.

28. Командир взвода получает боевую задачу. Вероятность того, что он поручит ее первому отделению 0,2, второму отделению – 0,5, третьему отделению – 0,3. Вероятность того, что первое отделение выполнит задачу 0,9, второе отделение – 0,8, третье отделение – 0,85. Найти вероятность того, что боевая задача выполнена.

Ответ: 0,84.

29. Десантник получил приказ о высадке. Вероятность того, что он возьмет первый парашют 0,4, второй парашют – 0,5, третий парашют – 0,1. Вероятность того, что первый парашют будет исправлен 0,9, второй парашют – 0,95, третий парашют – 0,7. Найти вероятность того, что десантник благополучно приземлится.

Ответ: 0,91.

30. Артиллерия может выстрелить по одной из трех целей, вероятность выстрелить по первой цели 0,4, по второй цели – 0,3, по третьей цели - 0,3. Вероятность попасть по первой цели 0,9, по второй - цели 0,8, по третьей цели – 0,5. Найти вероятность того что артиллерия попадет в цель.

Ответ: 0,75.

Формула Байеса

$$P_A(H_i) = \frac{P(H_i)P(A/H_i)}{P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + \dots + P(H_n)P(A/H_n)} \quad (i = 1, 2, \dots, n) .$$

Формула Байеса служит для подсчета уточненных вероятностей. Используется в тех задачах, где необходимо определить вероятность принадлежности произошедшего события к группе или месту.

Пример 1.

На столе лежат 3 автомата, военнослужащий с одинаковой вероятностью может взять любой из них и пойти на огневую позицию. Автоматы дают осечку с вероятностью 0,2; 0,1; и 0,25 соответственно. При выстреле произошла осечка. Какова вероятность того, что осечку допустил третий автомат?

Решение.

Так как военнослужащий может с равной вероятностью выбрать оружие, то в поставленной задаче есть три гипотезы.

Гипотеза 1: военнослужащий взял со стола первый автомат с вероятностью $P(H_1) = \frac{1}{3}$.

Гипотеза 2: военнослужащий взял со стола второй автомат с вероятностью $P(H_2) = \frac{1}{3}$.

Гипотеза 3: военнослужащий взял со стола третий автомат с вероятностью $P(H_3) = \frac{1}{3}$.

Если военнослужащий возьмет со стола первый автомат, то вероятность осечки $P(A/H_1) = 0,2$.

Если военнослужащий возьмет со стола второй автомат, то вероятность осечки $P(A/H_2) = 0,1$.

Если военнослужащий возьмет со стола третий автомат, то вероятность осечки $P(A/H_3) = 0,25$.

По условию задачи событие свершилось (осечка произошла). Нам лишь надо определить вероятность третьей гипотезы при осечке. Используем для этого формулу Байеса.

$$P_A(H_3) = \frac{P(H_3)P(A/H_3)}{P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3)}.$$

$$P_A(H_3) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,25}{\frac{1}{3} \cdot 0,2 + \frac{1}{3} \cdot 0,1 + \frac{1}{3} \cdot 0,25} = \frac{5}{11}.$$

Ответ: $\frac{5}{11}$.

Пример 2.

От трёх рот направляются солдаты для сдачи нормативов. От первой роты для сдачи нормативов направляются 30 человек, от второй – 60 человек и от третьей – 10 человек. Вероятность успешной сдачи нормативов бойцом первой роты составляет 0,8, бойцом второй роты – 0,7, бойцом третьей роты – 0,9. Выбранный солдат успешно сдал нормативы. Определить вероятность того, что этот военнослужащий принадлежит первой роте.

Решение.

Для сдачи нормативов от трех рот направлено всего 100 человек. Рассмотрим существующие гипотезы.

Гипотеза 1: выбирается солдат из первой роты $P(H_1) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$.

Гипотеза 2: выбирается солдат из второй роты $P(H_2) = \frac{60}{100} = \frac{6}{10}$.

Гипотеза 3: выбирается солдат из третьей роты $P(H_3) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

Если это боец первой роты, то вероятность ему успешно сдать норматив $P(A/H_1) = 0,8$.

Если это боец второй роты, то вероятность ему успешно сдать норматив $P(A/H_2) = 0,7$.

Если это боец третьей роты, то вероятность ему успешно сдать норматив $P(A/H_3) = 0,9$.

Поскольку событие совершилось (норматив сдан), а определить надо принадлежит ли это солдат к первой роте, будем использовать формулу Байеса.

$$P_A(H_1) = \frac{P(H_1)P(A/H_1)}{P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3)}.$$

$$P_A(H_1) = \frac{0,3 \cdot 0,8}{0,3 \cdot 0,8 + 0,6 \cdot 0,7 + 0,1 \cdot 0,9} = \frac{24}{75}.$$

Ответ: $\frac{24}{75}$.

Пример 3.

Танк стреляет по первой мишени в два раза чаще, чем по второй. Вероятность попадания в первую мишень 0,8, во вторую – 0,9. Танк сделал выстрел и попал в мишень. Какова вероятность того, что он стрелял по второй мишени?

Решение.

$$2x + x = 1,$$

$$x = 1/3.$$

Гипотеза 1: танк стрелял по первой мишени, $P(H_1) = \frac{2}{3}$.

Гипотеза 2: танк стрелял по второй мишени, $P(H_2) = \frac{1}{3}$.

При условии выстрела по первой мишени, вероятность попасть $P(A/H_1) = 0,8$.

При условии выстрела по второй мишени, вероятность попасть $P(A/H_2) = 0,9$.

Определим вероятность того, что попал именно второй стрелок. Для этого используем формулу Байеса.

$$P_A(H_2) = \frac{P(H_2)P(A/H_2)}{P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2)}.$$

$$P_A(H_2) = \frac{\frac{1}{3} \cdot 0,9}{\frac{2}{3} \cdot 0,8 + \frac{1}{3} \cdot 0,9} = \frac{9}{25}.$$

Ответ: $\frac{9}{25}$.

Задачи для самостоятельного решения



1. В роте курят всего трое военнослужащих – Иванов, Смирнов, Соболев. Вероятность того, что командир роты сделает им замечание за курение не в установленном месте составляет 0,85; 0,91; и 0,73 соответственно. По крику командира роты, доносящегося с улицы, стало понятно, что кто-то из курильщиков попался. Какова вероятность того, что попался Соболев?

Ответ: 0,29.

2. От трёх рот отдельного путевого железнодорожного батальона численностью по 100 человек каждая на сдачу армейских нормативов могут направиться по 20, 25 и 30 человек соответственно. Вероятность успешной сдачи нормативов военнослужащими первой роты составляет 0,9; второй – 0,7; третьей – 0,8. Членами жюри был выбран один солдат, который успешно сдал все нормативы на оценку «отлично». Определить вероятность того, что этот военнослужащий из числа второй роты.

Ответ: 0,294.

3. Для сдачи контрольных упражнений курса стрельб выделено три автомата. Военнослужащий с равной вероятностью может взять один из них и

пойти на огневой рубеж. Автоматы могут дать осечку с вероятностью 0,1; 0,4; и 0,2 соответственно. При произведенном выстреле произошла осечка. Какова вероятность того, что осечку дал третий автомат?

Ответ: 0,286.

4. Во взводе землеройно-транспортных машин роты механизации осталось исправными три бульдозера Б.10. Командир взвода дает команду выделить в состав экскаваторного комплекса для зачистки забоя один бульдозер. Вероятность того, что при выполнении поставленной задачи выйдет из строя первый бульдозер – 0,9; второй – 0,5; третий – 0,2. Несмотря на все предпринятые меры бульдозер вышел из строя. Какова вероятность того, что это второй бульдозер?

Ответ: 0,3125.

5. Солдат для выполнения норматива по метанию гранаты может достать из сумки одну из трех гранат. Вероятность взрыва гранат составляет 0,6; 0,8 и 0,9 соответственно. Произошёл взрыв. Норматив выполнен успешно. Какова вероятность того, что солдат бросил первую гранату?

Ответ: 0,26.

6. На стрельбы выделено 5 снайперских винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность попадания из винтовки с оптическим прицелом составляет 0,98, а из винтовки без оптического прицела – 0,8. Мишень успешно поражена. Найти вероятность того, что выстрел производился из винтовки с оптическим прицелом.

Ответ: 0,65.

7. В подразделении имеется 4 различных по точности боя и кучности стрельбы винтовки. Военнослужащий может взять на стрельбы одну из них с равной вероятностью. Вероятность попадания в мишень из винтовок равна 0,3; 0,6; 0,95 и 0,5 соответственно. Мишень была поражена. Найти вероятность того, что выстрел производился из третьей винтовки.

Ответ: 0,4.

8. На стрельбах один из двух оставшихся военнослужащих, которые еще не стреляли вызывается на огневой рубеж для выполнения первого контрольного упражнения. Вероятность успешного выполнения упражнения попадания в мишень для первого военнослужащего равна 0,7, а для второго равна 0,5. Мишень была поражена. Найти вероятность того, что выполнял упражнение первый военнослужащий.

Ответ: 0,58.

9. Ежеквартально военнослужащий войсковой части сдают контрольную проверку по физической подготовке. Из 30 военнослужащих взвода буровзрывных работ батальона механизации 11 человек сдадут проверку с вероятностью 0,8; девять человек с вероятностью 0,6 и десять человек с вероятностью 0,7. Помощник командира батальона по физической подготовке лично принимал сдачу нормативов у одного из военнослужащих взвода и поставил ему положительную оценку. Найти вероятность того, что этот военнослужащий был один из 11 человек из первой группы.

Ответ: 0,42.

10. Три взвода автомобильной роты отдельного путевого железнодорожного батальона сдавали итоговую проверку за период обучения. Из первого взвода для сдачи нормативов привлекалось 12 военнослужащих, из второго – 10, из третьего – 28. Вероятность получения оценки «отлично» для указанных подразделений составляет 0,7; 0,8 и 0,85 соответственно. Председателем комиссии выбран один из проверяемых военнослужащих, которому он лично поставил оценку «отлично» и поблагодарил за старание. Какова вероятность того, что военнослужащий из первого взвода?

Ответ: 0,21.

11. Перед принятием военной присяги учебную роту молодого пополнения, недавно прибывшего в войсковую часть, направили на стрельбы. Из 50 новобранцев 25 попадают по мишени с вероятностью 0,6; 8 новобранцев попадают с вероятностью 0,5 и 17 новобранцев попадают с вероятностью 0,7.

Первый из стрелявших попал по мишени. Какова вероятность того, что попал новобранец один из 8 второй группы?

Ответ: 0,13.

12. Одного из трех друзей могут вызвать на огневой рубеж для выполнения первого контрольного упражнения курса стрельб. Вероятность попадания первого товарища – 0,4; второго – 0,5 и третьего – 0,7. Мишень была поражена. Какова вероятность того, что выстрел производил третий товарищ?

Ответ: 0,44.

13. Место для чистки обуви перед штабом войсковой части укомплектовано кремом и тремя щетками. Заместителя начальника штаба возвращаясь после обеда в часть решил почистить запыленную с дороги обувь, чтобы не получить замечание от командования за неопрятный внешний вид. Вероятность того, что он выберет первую щетку составляет – 0,9; вторую – 0,4; третью – 0,6 соответственно. Ботинки блестят. Какова вероятность, того, что офицер воспользовался третьей щеткой для обуви?

Ответ: 0,316.

14. В столовой войсковой части на обед солдат может взять один из трех видов салата на выбор. Вероятность того, что у солдата заболит живот от салата с зеленым горошком 0,1; от салата с кукурузой 0,15 и от салата с капустой 0,3 соответственно. После обеда у солдата прихватило живот. Какова вероятность того, что солдат выбрал салат с кукурузой?

Ответ: 0,27.

15. На складе три лопаты для уборки снега. Одному из трех товарищей, находящихся в комнате досуга и просматривающих телепередачи в свободное время, могут поручить убрать внезапно выпавший снег перед казармой. Вероятность успешно справиться с работой для первого друга составляет 0,9, для второго 0,78 и для третьего 0,8. Снег убран. Сугробы выровнены по одной линии. Найти вероятность того, что убирал территорию второй товарищ.

Ответ: 0,315.

16. Танк может стрелять с равной вероятностью по трём мишеням. Вероятность попадания в мишени 0,8, 0,9, и 0,7 соответственно. Танк попал в мишень. Какова вероятность попадания во вторую мишень?

Ответ: 0,375.

17. От трёх рот численностью 100 человек выдвигается по 25, 35 и 40 человек соответственно. Вероятность успешной сдачи нормативов первой ротой составляет 0,9, второй – 0,8, третьей – 0,85. Комиссией был выбран один стрелок из роты и он успешно сдал нормативы. Определить вероятность того, что этот военнослужащий принадлежит второй роте.

Ответ: 0,33.

18. На столе лежат 3 автомата, военнослужащий может взять один из них и пойти на огневую позицию. Автоматы дают осечку с вероятностью 0,2; 0,4; и 0,6 соответственно. При выстреле произошла осечка. Какова вероятность того, что осечку допустил второй автомат?

Ответ: 0,333.

19. В гараже 3 БТРа, командир может определить один БТР для боя. Вероятность поломки у первого 0,9; у второго 0,5; у третьего 0,2. БТР сломался в ходе боя. Какова вероятность того, что это первый БТР?

Ответ: 0,56.

20. Солдат может бросить одну из трёх гранат. Вероятность взрыва каждой 0,7; 0,8 и 0,9 соответственно. Произошёл взрыв. Какова вероятность того, что это была первая граната?

Ответ: 0,29.

21. В пирамиде 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность попадания из винтовки с оптическим прицелом 0,95; из винтовки без прицела – 0,7. Мишень поражена. Найти вероятность того, что выстрел производился из винтовки без оптического прицела.

Ответ: 0,33.

22. В тире имеется 4 различных по точности боя винтовки. Военнослужащий может взять с равной вероятностью одну из них. Вероятность

попадания в мишень для данного стрелка из выбранной винтовки соответственно равна 0,3; 0,66; 0,95; 0,5. Мишень не поражена. Найти вероятность того, что он стрелял из третьей винтовки.

Ответ: 0,03.

23. Один из двух стрелков вызывается на линию огня и может произвести выстрел. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,3; для второго 0,5. Мишень не поражена. Найти вероятность того, что выстрел производил первый стрелок.

Ответ: 0,583.

24. Для занятий по огневой подготовке взвод отправили в тир. Из 30 студентов 12 попадают с вероятностью 0,6; 8 студентов - с вероятностью 0,5 и десять студентов - с вероятностью 0,7. Один стрелок произвёл выстрел и поразил цель. Найти вероятность того, что он был из первой группы.

Ответ: 0,396.

25. Три взвода сдавали нормативы по сборке-разборке пистолета ПМ. Из первого взвода участвовало 15 человек, из второго - 10, из третьего - 25. Вероятность получения оценки «5» соответственно 0,9; 0,8; 0,85. Был выбран один солдат получивший оценку «5», какова вероятность того, что он из первого взвода?

Ответ: 0,315.

26. По занятиям огневой подготовки взвод отправили на стрельбы. Из 40 студентов 15 попадают в цель вероятностью 0,6; 8 - с вероятностью 0,5 и 17 - с вероятностью 0,7. Было зафиксировано попадание. какова вероятность того, что попал стрелок из второй группы?

Ответ: 0,16.

27. Один из трех экипажей могут вызвать на линию огня. Вероятность попадания для первого 0,4, для второго 0,5 и для третьего 0,7. Мишень не поражена. Какова вероятность того, что выстрел производил третий экипаж?

Ответ: 0,214.

28. Артиллерийская установка может стрелять с равной вероятностью по трём целям. Вероятность попадания в цель 0,5; 0,4, и 0,6 соответственно. Цель поражена. Какова вероятность, что установка стреляла по третьей цели?

Ответ: 0,4.

29. В шкафу лежат 3 саперные лопаты, военнослужащий может взять одну из них для копания окопа. Лопата может сломаться с вероятностью 0,2; 0,15; и 0,1 соответственно. При копании сломалась одна лопата. Какова вероятность того, что это была вторая лопата?

Ответ: 0,333.

30. На складе 3 лома, один из них для того, чтобы подметать лужи, после сильного дождя. Одному из трех военнослужащих могут поручить подмести лужу. Вероятность успешно справиться с работой для первого 0,95, для второго 0,7 и для третьего 0,85. Лужа подметена. Найти вероятность того, что это сделал второй.

Ответ: 0,28.

Математическое ожидание дискретной случайной величины

Дискретной случайной величиной называется такая величина, все значения которой можно пересчитать и представить в виде конечной или бесконечной последовательности.

Законом распределения дискретной случайной величины (дсв) называется перечень всевозможных значений, принимаемых случайной величиной вместе с их соответствующими вероятностями.

| | | | | |
|---|-------|-------|-----|-------|
| X | x_1 | x_2 | ... | x_n |
| P | p_1 | p_2 | ... | p_n |

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1$$

Математическим ожиданием дискретной случайной величины называется сумма произведений значений случайной величины на их соответствующие вероятности.

$$M(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i.$$

Пример 1.

Согласно таблице смертности, вероятность, что солдат в армии, служащий в горячей точке, проживет год составляет 0,991. Страховая компания предлагает таким солдатам застраховать свою жизнь на этот год службы на сумму 1000\$. Страховой взнос 20\$. Найти математическое ожидание прибыли страховой компании.

Решение.

Страховая компания может заработать на одном клиенте 20 долларов с вероятностью 0,991, если он будет жить или потерять 980 долларов соответственно с вероятностью 0,009 в случае смерти клиента. Составим закон распределения дискретной случайной величины X – прибыль страховой компании.

| | | |
|---|-------|-------|
| X | +20 | -980 |
| P | 0,991 | 0,009 |

Тогда математическое ожидание прибыли компании определится по формуле $M(X) = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2$

$$M(X) = 20 \cdot 0,991 - 980 \cdot 0,009 = 19,82 - 8,82 = 11$$

То есть при таких начальных данных страховая компания получает в среднем по 11 долларов с каждого клиента в не зависимости от исхода.

Ответ: 11.

Пример 2.

Офицер в отпуске отдыхает в Сочи. В один из дней он посещает казино на Красной поляне. На колесе рулетки имеется 38 одинаково расположенных гнезд, которые нумеруются так: 00; 0; 1; 2;...; 36. Офицер может делать ставку на одно из гнезд. Ставка составляет 100 рублей. Если он выигрывает, то получает 3600 рублей. Найти математическое ожидание прибыли офицера.

Решение.

Так как на колесе рулетки 38 гнезд, то вероятность выигрыша $\frac{1}{38}$. Соответственно вероятность проигрыша $\frac{37}{38}$. Если офицер проигрывает, то он отдает казино 100 рублей. Если выигрывает, то получает 3500 (вложенных в ставку 100 рублей ему никто не вернет). Таким образом, составим закон распределения дискретной случайной величины X – прибыль игрока.

| | | |
|---|-----------------|----------------|
| X | -100 | +3500 |
| P | $\frac{37}{38}$ | $\frac{1}{38}$ |

Найдем математическое ожидание дискретной случайной величины.

$$M(X) = -100 \cdot \frac{37}{38} + 3500 \cdot \frac{1}{38} = -\frac{100}{19} \approx -5,26 \text{ руб.}$$

Отрицательная прибыль означает, что на каждую ставку в 100 рублей клиент в среднем теряет (а казино приобретает) 5,26 рублей.

Ответ: 5,26.

Пример 3.

За хранилище с перспективными образцами вооружения внесен страховой взнос 100000 рублей. Вероятность хранилищу сгореть для данной местности и данного типа сооружений составляет 0,00001. В случае, если хранилище сгорит, страховая компания выплачивает Министерству обороны 100000000 рублей. Найти математическое ожидание прибыли компании.

Решение.

Страховая компания может либо заработать на такой сделке 100000 рублей с вероятностью 0,99999 либо потерять 99900000 рублей с вероятностью 0,00001. Составим закон распределения дискретной случайной величины X – прибыль компании.

| | | |
|-----|---------|-----------|
| X | 100000 | -99900000 |
| P | 0,99999 | 0,00001 |

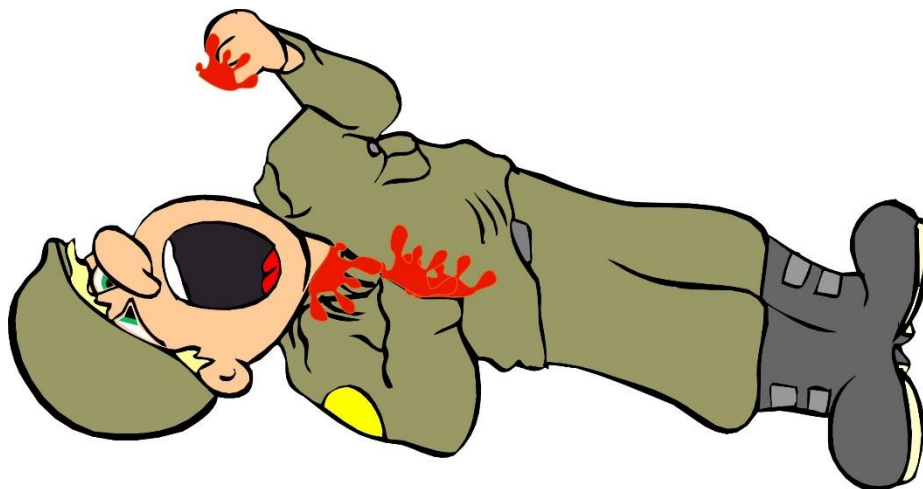
Найдем математическое ожидание дискретной случайной величины.

$$M(X) = 100000 \cdot 0,99999 - 99900000 \cdot 0,00001 = 99000 \text{ руб.}$$

Полученное значение говорит о том, что с каждого страхового договора со взносом 100000 рублей страховая компания получает в среднем 99000 рублей прибыли вне зависимости от исхода.

Ответ: 990000.

Задачи для самостоятельного решения



1. В соответствии с аналитическими данными, вероятность, того, что бульдозер, используемый при сооружении земляного полотна на объекте учебно-практических работ в трудных климатических условиях, не выйдет из строя в течение года эксплуатации составляет 0,993. Страховая компания предлагает застраховать бульдозер на сумму 10000 руб. Страховой взнос составляет 100 руб. Найти математическое ожидание прибыли страховой компании.

Ответ: 30.

2. Чтобы застраховать одного военнослужащего от получения травм в военно-страховую компанию требуется внести 10000 руб. Вероятность того, что за время службы произойдет несчастный случай составляет 0,01. В случае если несчастный случай все же произойдет, то страховая выплата составит 100000 руб. Какую в среднем прибыль ожидает получить страховая компания?

Ответ: 9000.

3. Чтобы застраховать автосамосвал КаМАЗ-5511 от неисправности требуется внести взнос 300000 руб. Вероятность выхода его из строя в течение установленного срока составляет 0,02. В случае если автосамосвал выйдет из строя страховая компания выплатит компенсацию в размере 3000000 руб. Каково математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: 240000.

4. Чтобы застраховать экскаватор ЭО-4225 от неисправности требуется внести взнос 800 руб. Вероятность выхода его из строя в течение установленного срока составляет 0,02. В случае если экскаватор выйдет из строя страховая компания выплатит компенсацию в размере 50000 руб. Какое математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: -200.

5. Чтобы застраховать военнослужащего от получения травм требуется внести взнос 3000 руб. Вероятность того, что военнослужащий на учениях может пострадать составляет 0,03. В случае, если военнослужащий сломает ногу при неудачном приземлении при прыжке с парашютом, страховая компания выплатит компенсацию в сумме 60000 р. Каково математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: 1200.

6. В отдельный железнодорожный батальон механизации получили 4 новые бульдозера «Liebherr PR 734», которые сразу-же застраховали от возможных поломок. Взнос за страховку каждого бульдозера составил 500 руб. Вероятность выхода из строя каждого бульдозера при нормальной эксплуатации в течение года составляет 0,01. В случае поломки, страховая компания выплатит по 10000 руб. за каждый неисправный бульдозер независимо от вида поломки. Требуется найти математическое ожидание прибыли компании.

Ответ: 400.

7. Воинской части требуется застраховать автомобиль роты, для этого требуется взнос 600 р. Вероятность того, что водитель попадет в аварию и автомобиль будет поврежден 0,01. Страховая компания выплачивает при этом 30000 р. Каково математическое ожидание прибыли страховой компании?

Ответ: 300.

8. Чтобы застраховать военно-транспортный вертолет МИ-8 необходимо в страховую компанию внести взнос в размере 2000 руб. Вероятность того, что вертолет может выйти из строя вследствие небрежной

эксплуатации составляет 0,01. Если вертолет выйдет из строя по этой причине, то страховая компания будет вынуждена произвести страховую выплату в сумме 40000 руб. Какое математическое ожидание прибыли страховой компании?

Ответ: 1600.

9. В караульном помещении и на постах войсковой части установили современные и дорогостоящие технические средства охраны и застраховали от возможных поломок, внося страховой взнос в размере 400 руб. Вероятность того, что с оборудованием что-то может случиться составляет 0,001. В случае если технические средства охраны выходят из строя, то компания должна выплатить 10000 руб. компенсации. Какое математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: 390.

10. Чтобы застраховать от поломок основной танк Т-90 во время проведения соревнований по танковому биатлону, в военно-страховую компанию требуется внести взнос в размере 60000 руб. Вероятность того, что танк во время проведения соревнований получит повреждение составляет 0,002. В таком случае страховая компания выплатит 6000000 руб. компенсации. Какое математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: 48000 .

11. Чтобы застраховать основной танк Т-72 в страховую компанию требуется внести взнос в размере 500 руб. Вероятность того, что вследствие неправильной эксплуатации танк в течение года выйдет из строя составляет 0,01. Если танк выходит из строя, то страховая компания выплачивает 50000 руб. компенсации. Найти математическое ожидание прибыли страховой компании?

Ответ: 0.

12. Минобороны России застраховало продовольственное имущество, находящееся на военной базе в Республике Армения на сумму 2000000 долларов США, внося премию в страховую компанию в размере 5000 долларов США. Вероятность порчи имущества вследствие стихийного бедствия составляет 0,002. Какое математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: 995.

13. Чтобы застраховать фронтовой бомбардировщик СУ-24 в страховую компанию требуется внести взнос в размере 100000 руб. Вероятность того, что бомбардировщик в течение установленного срока эксплуатации выйдет из строя по независящим от человеческого фактора причинам составляет 0,001. В этом случае страховая компания выплатит компенсацию в размере 5000000 руб. Какое математическое ожидание прибыли страховой компании?

Ответ: 50900 .

14. Чтобы застраховать авианесущий крейсер «Адмирал Кузнецов» от столкновения с другим судном требуется внести взнос 500000 руб. Вероятность того, что может произойти столкновение во время маневров составляет 0,1. Если столкновение произойдет, то страховая компания будет обязана выплатить 2000000 руб. компенсации. Найти математическое ожидание прибыли компании.

Ответ: 300000.

15. Класс подготовки водителей в парке войсковой части оснастили современными дорогостоящими тренажерами и застраховали от пожара. Страховой взнос составил 1000 руб. Вероятность того, что произойдет короткое замыкание электропроводки и случится пожар составляет 0,009. В этом случае страховая компания выплатит компенсацию в размере 10000 руб. Найти математическое ожидание прибыли компании.

Ответ: 910.

16. Согласно таблице смертности, вероятность, что солдат в армии, служащий в горячей точке, проживет год составляет 0,992. Страховая компания предлагает таким солдатам застраховать свою жизнь на этот год службы на сумму 1000\$. Страховой взнос 10\$. Найти математическое ожидание прибыли страховой компании.

Ответ: 2.

17. Чтобы застраховать жизнь одного военного группы специального назначения требуется внести 10000 р. Вероятность военному быть убитым 0,03. В случае если спецназовец будет убит, выплата составит 100000 р. Какую среднюю прибыль получит страховая компания.

Ответ: 7000.

18. Чтобы застраховать БМП (боевая машина пехоты) требуется взнос 200000 р. Вероятность ему быть подбитым 0,03. В случае если БМП будет подбит страховая компания выплатит 3000000 р. Какую среднюю прибыль может получить компания.

Ответ: 110000.

19. Для страхования одного танка требуется внести взнос 800 р. Вероятность того, что танк выйдет из строя в бою 0,01. Если танк будет подбит, страховая компания выплатит 60000 р. Какое математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: 200.

20. Чтобы застраховать жизнь полковника требуется взнос 2000 р. Вероятность того, что он лишится жизни 0,09. В случае, если полковник будет убит страховая компания выплатит 60000 р. Какое математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: -3400.

21. В воинской части застраховали 4 гранаты. Взнос за страховку 200 р. за каждую. Вероятность самовзрыва гранаты 0,1 для каждой. В случае самовзрыва страховая компания выплатит 1000 р. за каждую. Подсчитать математическое ожидание прибыли компании.

Ответ: 400.

22. Воинской части требуется застраховать автомобиль роты, для этого требуется взнос 700 р. Вероятность того, что водитель попадет в аварию и автомобиль будет поврежден 0,2. Страховая компания выплачивает при этом 30000 р. Какое математическое ожидание прибыли страховой компании?

Ответ: -5300.

23. Чтобы застраховать вертолет нужно заплатить взнос 1000 р. Вероятность того, что его подбьют 0,01. Если вертолет собьют, страховая компания выплатит 40000 р. Какое математическое ожидание прибыли страховой компании?

Ответ: 600.

24. За оборудование штаба внесен страховой взнос 200 р. Вероятность того, что с оборудованием что-то случится оценивается как 0,001. В случае если с оборудованием что-то произойдет, компания должна выплатить 10000. Найти математическое ожидание прибыли компании?

Ответ: 190.

25. Чтобы застраховать танк Т-90А требуется взнос 50000 р. Вероятность того, что танк будет подбит в бою 0,005. В случае если танк будет подбит, страховая компания выплатит 6000000 р. Какую среднюю прибыль может получить компания?

Ответ: 20000.

26. Чтобы застраховать танк Т-72 требуется взнос 300 р. Вероятность ему быть подбитым 0,002, в случае если танк подбит страховая компания выплатит 40000 р. Какую среднюю прибыль получит страховая компания?

Ответ: 220.

27. Минобороны застраховало продовольственное имущество на складах за рубежом на сумму 1000000 р., внося премию в страховую компанию в размере 5000 р. Вероятность порчи имущества на восточной базе за рубежом 0,004. Какое математическое ожидание прибыли рассчитывает получить страховая компания?

Ответ: 1000.

28. Чтобы застраховать истребитель требуется взнос 100000 р. Вероятность что его собьют 0,01. В случае если его собьют страховая компания выплатит компенсацию 1000000 р. Какое математическое ожидание прибыли рассчитывает получить страховая компания?

Ответ: 90000.

29. Чтобы застраховать авианосец требуется взнос 600000 р. Вероятность того, что его потопят в бою 0,3. Если его потопят, страховая компания выплатит 2000000 р. Найти математическое ожидание прибыли страховой компании.

Ответ: 0.

30. Чтобы застраховать тир нужно заплатить 1200 р. Вероятность того, что тир будет уничтожен 0,007. В случае, если тир будет уничтожен компания выплатит 10000 р. Найти математическое ожидание прибыли страховой компании.

Ответ: 1130.