«Лицей № 35 г.Челябинска»

**Теория вероятностей в народных играх**

Исследовательская (творческая) работа

Автор:

**Архипов Артем Сергеевич**,

г. Челябинск, лицей № 35, класс 10

Научный руководитель:

Герасимова Анна Анатольевна,

Учитель математики МАОУ «Лицей № 35 г.Челябинска»

Челябинск - 2020

**Содержание**

стр.

Введение.........................................................................................................................................1

ЧАСТЬ I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ...............................................................................1

1.1. История возникновения теории вероятностей ....................................................................1

1.2. Основные понятия теории вероятностей .............................................................................2

1.3. Общие понятия о народных играх .......................................................................................5

ЧАСТЬ II. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ......................................................................6

2.1. "Морской бой" и сумма нескольких случайностей.............................................................6

2.2. "Наперстки" и парадокс Монти Холла.................................................................................8

Заключение...................................................................................................................................10

Список использованных источников .......................................................................................10

Приложения

**Введение**

Общеизвестно, что при играх в рулетку, в лотерею или в игровые автоматы выигрыш зависит от случайности. Также известно, что эти случайности давно объяснены теорией вероятностей и крепко стоят на службе у владельцев казино, принося им большие доходы. Случайность при этом имеет свои правила и законы.

Можно ли использовать теорию вероятностей в обычных повседневных играх, которые давно стали народными?

Ответом на этот вопрос и будет наша гипотеза о том, что народные игры можно разбирать с позиции теории вероятностей.

Цель исследовательской работы – убедиться в правильности выдвинутой гипотезы, провести эксперименты, подтверждающие это.

Задачи, решаемые для достижения цели, следующие:

- изучить историю возникновения и развития теории вероятностей,

- изучить основные положения и определения этой теории,

- изучить характер возникновения народных игр, перечислить их разновидности, выбрать две народные игры для исследования,

- провести исследование выбранных народных игр с помощью математического аппарата теории вероятностей.

Результатом работы станет вывод о подтверждении или опровержении выдвинутой нами гипотезы.

**ЧАСТЬ I. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ**

**1.1. История возникновения теории вероятностей**

В качестве науки теория вероятностей возникла в средние века. Ее возникновение обязано попыткам анализа азартных игр с помощью математического аппарата, например игры в кости. Основные понятия теории вероятностей [1, 2] оформились не сразу, первоначально это были некие словесные конструкции, выражения, которые объясняли ход событий в игре и формулировались без четких определений.

Именно на азартных играх теория вероятностей начала оттачивать свое мастерство. Словом азарт обозначают сильное увлечение во время игры, понятие риска, при этом само слово "азарт" в переводе с французского языка как раз и означает "риск, случайность".

Азартные игры просты, они просто формулируются, выигрыш в них не обусловлен физическими данными игрока, его умениями, погодой на улице или чем-то внешним, а происходит случайно.

Первыми попытками объяснить поведение игры на основе неких математических рассуждений были усилия Галилео Галилея и Джероламо Кардано. Но сам математический аппарат впервые был сконструирован Блезом Паскалем и Пьером Ферма в XVII веке.

Подробное изложение теории появилось в книге Христиана Гюйгенса "О расчетах в азартных играх" в 1658 году, который опирался при описании теории на находки двух его собратьев по науке.

Якоб Бернулли продолжил исследования Гюйгенса в "Искусстве догадок", решая те вопросы, которые Гюйгенс поставил в своем сочинении, но не решил. Важной частью этой работы является четвертая часть, в которой Бернулли изложил закон больших чисел.

Некоторое актуальное применение теория вероятностей находит в конце XVIII – начале XIX веков в исследованиях Карла Гаусса, Абрахама Муавра, Пьера Лапласа и Симеона Пуассона. Связано это с применением данного математического аппарата в астрономии и геодезии, в теории ошибок при наблюдениях. Так были обнаружены доказательства предельных теорем Лапласа и был разработан способ наименьших квадратов Карлом Гауссом.

Русские математики Чебышев, Ляпунов, Марков, Остроградский внесли большой вклад в эту науку. Основываясь на трудах предшественников, а также на всесторонних исследованиях величайшего российского математика Леонарда Эйлера, они создали аппарат математической статистики и демографии, страхового дела.

Движение науки из обозрения стационарных явлений к интересам наблюдения над динамическими системами привело математику к работе над теорией случайных процессов.

Ученых, и поэтому математиков, в XX веке интересуют биологические популяции, теория хаоса. Советский математик Колмогоров объединил в совокупность предыдущие теоретические знания о теории вероятностей и представил стройную теорию, аппаратом которой, определениями и формулами пользуются до сих пор.

Теория вероятностей, как нормальная эмпирическая наука, черпала вопросы из насущной жизни, помогая прогрессу в объяснении причин явлений и в прогнозах этих явлений.

**1.2. Основные понятия теории вероятностей**

**Случайным событием** называется любое явление и умозрительное наблюдение, которое может происходить в окружающем мире или не происходить.

Случайным событием может быть, например, выпадение орла или решки при бросании монеты, выпадение того или иного числа на игральном кубике и другие события.

**Достоверным событием** называется событие, которое обязательно произойдет, если будут соблюдены определенные для этого события условия.

Такими достоверными событиями могут быть, например обязательное выпадение либо орла, либо решки при бросании монеты (то есть что-то из двух обязательно выпадет, это точно, достоверно), достоверность одного из результатов – выигрыш, ничья, проигрыш одной из команд – в футболе. Вообще достоверным будет любое событие, являющееся совокупностью всех возможных вариантов, это справедливо.

**Невозможным событием** называется событие, которое никогда не произойдет при соблюдении определенных условий.

Невозможным событием может быть, например, одновременное выпадение орла и решки при подбрасывании монеты, выпадение семи очков при подбрасывании одного игрального кубика. Такие событие не входят в возможный перечень событий и поэтому произойти не могут.

**Единственно возможным событием** называется событие, если возможность его возникновения в каждом случае является достоверным событием.

Так, например, единственно возможное событие – это вытаскивание из мешка черного мячика, если мешок содержит только черные мячики. Так происходит, когда система не содержит других вариантов событий, как например в случае с монетой или игральным кубиком.

**Равновозможным событием** называется событие, которые наряду с другими событиями имеет равную с ними возможность.

То есть в случае с монетой вариант выпадения орла или решки может быть одинаково возможен, так как между событиями нет никакой разницы, может выпасть либо одно, либо другое, их вероятность одинакова.

**Несовместимыми событиями** называют события, появление одного из которых исключает появление другого. **Совместимые события**, соответственно, наоборот, не исключают появление друг друга.

Опять же, опираясь на пример монеты, видим, что выпадение орла при ее подбрасывании исключает появление решки, то есть если есть орел, то решки нет, это справедливо при однократном подбрасывании. Если монету подбросить два раза, то появление решки при первом подбрасывании не исключает появление орла при втором подбрасывании.

Опыты с подбрасыванием монеты проводились неоднократно даже именитыми учеными. И связано это не с желанием развлечений, хотя и это тоже не исключено, а с большей визуализацией результатов. То есть при длительном подбрасывании наглядно видно, сколько раз выпадает орел или решка. Наглядно видно, что события эти случайные, равновозможные, имеют одинаковую вероятность (Таблица 1).

Как видно из таблицы 1, чем больше количество бросков, тем ближе вероятность выпадения или орла, или решки к 1/2. Это наглядно показывает то, что это события равновозможные.

Если глубже проанализировать таблицу, видно, что вероятность орла несколько выше, чем решки, и это видно даже при большом числе бросков. Объясняется это тем, что на одной стороне монеты металл, использованный для выплавки фигурки или цифр, по массе несколько больше, чем на другой стороне, из-за этого происходит небольшая неравномерность выпадения орла или решки.

Если рассмотреть совокупность всех возможных событий при одном исходе, результате, и каждое из такого события будет несовместимым с другим, достоверным, - каждое такое событие называется **элементарным исходом**. Обозначается элементарный исход буквой .

Если нас интересует конкретный исход для события, такой исход будет называться **благоприятствующим**. Обозначается благоприятствующий исход буквой .

Исходя из описания предыдущих понятий, определение вероятности будет следующим: **вероятность** интересующего нас события это *отношение* числа этих интересующих нас *благоприятствующих событий к общему числу событий*:

Так как число интересующих нас событий, благоприятствующих событий всегда меньше или равно общему числу событий, вероятность интересующего события всегда есть число, меньшее единицы:

При этом для единственно возможного события , для невозможного .

Еще одним важным понятием теории вероятности является понятие математического ожидания.

**Математическое ожидание** какой-то дискретной величины есть сумма произведений всех ее возможных значений на их вероятности:

где присутствует сумма по всем вероятностям и значениям этих вероятностей.

Для наглядного примера лучше всего подойдет пример с игральным кубиком. Допустим, что при выпадении на кубике цифры 6 игрок получает 4 очка, а при выпадении остальных пяти цифр у него забирается одно очко. Так как вероятность выпадения любой цифры на кубике равна 1/6, посчитаем математическое ожидание выигрыша:

Как видно, математическое ожидание выигрыша при таких условиях меньше нуля, то есть при достаточно большой и случайной игре игрок неминуемо должен уйти в минус, так как баллы, начисляемые за маловероятное выпадение цифры 6, слишком малы, чтобы покрыть расходы, связанные с оплатой за выпадение пяти остальных цифр, суммарная вероятность которого больше, хоть и штраф за выпадение этих цифр невелик по сравнению с доходом от шестерки. Поэтому если поднять плату за выпадение шестерки, либо уменьшить штраф за выпадение остальных цифр, игра должна стать для игрока более результативной. Так при тех же начальных условиях, но при выигрыше за шестерку пяти рублей, математическое ожидание выигрыша будет равно нулю:

В этом случае понятно, что игра стабильно нейтральная для игрока и для общего банка всех баллов, ни тот ни другой не будут в выигрыше.

Если же повысить оплату за шестерку до шести рублей, то игра и вовсе будет стабильно выигрышной для игрока:

**1.3. Общие понятия о народных играх**

Развитие игр происходит на определенной территории. То есть – игра может развиваться как домашняя, когда люди играют за столом, в каком-то ограниченном помещении, или может развиваться на улице – на открытом пространстве. Характер каждого такого типа игр будет определяться степенью свободы, которой обладает играющий.

Так настольные игры в основном используют такие человеческие качества, как умение анализировать, запоминать, быть внимательным и сосредоточенным. Это карточные игры, шахматные и подобные им. В этих играх главное ум, а не ловкость или скорость.

Самая известная русская народная настольная игра это бирюльки – игра по вытаскиванию предметов. Набор мелких предметов (палочки, всевозможные фигурки) высыпается на стол в одну кучку. От игрока требуется вручную или с помощью специального крючка вытаскивать предметы из кучки таким образом, чтобы не нарушить равновесия остальных предметов.

Игра в домино одна из присвоенных настольных игр, но которая считается вполне русской. Во многих дворах еще остались так называемые "доминошни", в которых можно сразиться, стуча костяшками по столу. Главная суть этой игры заключается в слепом наборе нескольких костяшек, каждая из которых представляет собой разбитую надвое плашку (доминошку) с выбитыми на каждой половине цифровым обозначением из набора точек. Всего в арсенале 28 доминошек и шесть цифр в наборе. Доминошки поочередно выкладываются на стол так, чтобы каждая следующая граничила с предыдущей и совпадала по цифре, выбитой на ней.

Еще одна группа игр, в настоящем воспринимаемая как исконно русская, - это разновидности шашек. В шашки играют на клетчатой доске, подобной шахматной, 8х8 клеточек, черные и белые. В качестве игровых элементов используются круглые фишки (шашки), которые соперники поочередно двигают по черным клеткам, "съедая" шашки соперника или закрывая ему возможность для очередного хода.

Очередной вид настольной русской игры – игра в лото. Суть игры в вытаскивании из мешка бочонков с написанными на них числами от 1 до 90. Участники игры закрывают ими соответствующие числа на специальных карточках. Выигрывает тот, кто быстрее закроет карточку или ряд – в зависимости от условий игры.

Еще распространены пришедшие в Россию из Европы лингвистические игры – игры в "города", составление анаграмм, игры, подобные кроссвордам, и другие.

Популярна возникшая в конце XIX века, предположительно в России, игра "Морской бой". Атрибутом ярмарок и всевозможных рынков стала игра в "Наперстки".

**ЧАСТЬ II. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ**

Теория вероятностей для любой игры служит неким инструментом, с помощью которого можно понять, насколько игра может быть выигрышной в том или ином случае.

Для подвижных игр элемент случайности минимален, выигрыш зависит от подготовки игроков. Поэтому для анализа применения теории вероятностей возьмем "настольные" игры, в которых элемент случайности велик [3]. Для примера, "Морской бой" и "Наперстки".

**2.1. "Морской бой" и сумма нескольких случайностей**

Классический "Морской бой" – это игра на досках формата 10х10 клеток, на которых каждый участник расставляет корабли – 4-палубный (1 шт.), 3-палубный (2 шт.), 2-палубный (3 шт.), 1-палубный (4 шт.). Затем поочередно соперники стреляют в клетки друг друга, на что отвечают "ранил" или "убил". Победитель тот, кто перебьет всю армаду противника.

Помимо наилучшей выигрышной стратегии, довольно интересным представляется вопрос – какая вероятность того, что с первого же выстрела будет ранен или убит корабль противника?

Теория вероятностей отвечает на этот вопрос так:

Благоприятствующее событие – это попадание в клетку, занятую кораблем. Сколько таких клеток на доске? Четырехпалубный корабль занимает 4 клетки, трехпалубные в сумме 6, двухпалубные тоже 6, однопалубные в сумме занимают 4 клетки. Итого:

Сколько всего клеток на доске?

Отсюда вероятность первого удачного попадания будет равна:

Как видно, это даже больше, чем выбросить сразу нужное число на игральном кубике ().

Чтобы проверить этот результат, необходим эксперимент. Но рисовать многочисленные варианты досок с размещенными на них кораблями или бить наугад в сотню клеток – это длительный процесс. Чтобы это было проще, следует провести аналогичный эксперимент, но на доске меньшего размера и с меньшим количеством кораблей.

Предположим, что существует доска размером 3х3 = 9 клеток. На ней рисуются два однопалубных корабля. Какая вероятность первого точного выстрела? Очевидно, что . Зависит ли этот результат от того, взято ли одно расположение кораблей и по ним производится случайная бомбардировка, либо же в каждом разе берется случайное расположение кораблей на доске и производится случайный выстрел? Интуитивно кажется, что если каждый раз под случайный выстрел брать новую доску с другим расположением кораблей, то вероятность попадания будет меньше. Давайте посмотрим.

Пронумеруем каждую клетку, как показано на Рисунке 1. Для привнесения элемента случайности воспользуемся генератором случайных чисел [4], который можно найти онлайн в сети интернет. Данный генератор настроим так, чтобы он случайным образом выдавал одно из чисел от 1 до 9 (Рисунок 2).

Такую процедуру повторим несколько раз, чтобы получить случайные значения для расположения первого и второго кораблей на доске (каждая цифра генератора будет обозначать позицию на доске), при этом образуются 100 различных позиций. Эти позиции сведем в таблицу.

Далее применим генератор для формирования случайных выстрелов – таким же образом. Цифры генератора теперь будут обозначать, в какую клетку производится выстрел. Второй эксперимент проведем, используя некоторое зафиксированное положение кораблей на доске, например (2, 8). И произведем аналогичное "бомбардирование" этой доски тем же рядом случайных выстрелов. Все результаты сведем в единую таблицу. В конце эксперимента выделим в полученной таблице те выстрелы, которыми был убит один из кораблей на каждом варианте доски (Таблица 2).

Как видно из результатов эксперимента, вероятности случайного попадания в цель как в случае со случайным выбором расположения кораблей на доске, так и в случае, когда расположение их зафиксировано, практически одинаковы и близки к расчетному значению 0,22.

Это важный результат, который говорит о том, что совокупность случайностей двух событий можно заменить случайностью одного из событий.

**2.2. "Наперстки" и парадокс Монти Холла**

Игра в "наперстки" заключается в том, что ведущий прячет шарик под одним из трех наперстков, расположенных на столе. Далее путем перемешивания наперстков ведущий изменяет положение наперстков на столе так, что без должного внимания догадаться, под каким наперстком находится шарик, невозможно. Это достаточно "шулерская" игра, но к ней, если допустить, что ведущий не прячет шарик в рукав и перемешивает наперстки идеально хаотично (то есть так, что игрок достоверно не знает, где шарик, но сам ведущий знает это достоверно), можно применить математический аппарат теории вероятностей.

Какова вероятность, что шарик окажется под одним из наперстков? Элементарно: шарик один, наперстков три – 1/3. То есть с вероятностью 1/3 игрок угадывает положение шарика.

Представим такую ситуацию: игра ведется на деньги. За каждый обнаруженный шарик игрок получает 1 рубль, за неудачную попытку у него забирается 1 рубль. У кого будет доход при длительной игре – у игрока или ведущего? Математическое ожидание выигрыша будет следующим:

То есть игрок при длительной игре будет уходить в убыток, примерно на треть рубля с каждой игры. Но наш игрок не лыком шит и, рассчитав данную вероятность, объявляет ведущему, что на таких условиях играть не будет. Тогда ведущий, заинтересованный в продолжении игры, предлагает следующий вариант:

1. Игрок указывает на возможное положение шарика под наперстком.

2. Ведущий, не говоря, правильный это вариант или нет, поднимает один из наперстков, под которым точно нет шарика.

3. Игроку предлагается из оставшихся двух наперстков выбрать еще раз – под каким из них находится шарик.

Насколько при таких условиях игра будет для одного из участников выигрышна? Сможет ли игрок перестать уходить в убыток? Ответ на этот вопрос содержится в знаменитом парадоксе Монти Холла – если игрок изменит свой выбор во второй раз, то есть откажется от первого варианта и выберет другой из двух оставшихся наперстков, - **он выиграет в два раза с большей вероятностью**, чем если бы остался при прежнем выборе. Этот удивительный факт проверим сначала экспериментально, с помощью того же генератора случайных чисел, а затем дадим ему математическое объяснение.

Пронумеруем наперстки – 1, 2, 3. С помощью генератора случайных чисел составим последовательность из чисел 1, 2, 3 в количестве 50 шт. Эти числа будут обозначать, под каким наперстком находится шарик в каждом конкретном случае. Далее с помощью генератора получим ряд случайных чисел, означающих, какой наперсток из трех выбирает первоначально игрок. Также запишем в таблицу номера тех наперстков, которые поднял ведущий. Результаты сведем в таблицу и отметим, сколько же раз игрок выиграл бы, если бы указал на первоначальный вариант, и сколько раз он выиграл бы, если бы изменил свое решение после "форы" ведущего (Таблица 3).

Как видно из Таблицы 3, вероятность угадывания шарика в случае, если игрок изменил свое решение после того, как ведущий поднял один из пустых наперстков, почти в два раза больше, чем если бы он остался при прежнем выборе. Какие же математические доводы можно привести в обоснование этого факта?

Заметим, что если игрок первоначально выбирает наперсток, в котором нет шарика, ведущий, зная это, с необходимостью поднимает оставшийся третий наперсток. Это справедливо, - ведь если, например, игрок выбрал наперсток №1, а шарик под наперстком №2, то ведущему никак нельзя поднять ни один из этих наперстков, и он поднимает наперсток №3.

Если же игрок первоначально указал на тот наперсток, под которым шарик, ведущий, случайным образом, поднимает один из двух оставшихся наперстков. Именно этот случайный выбор произведен с помощью генератора и отмечен в таблице желтым цветом.

Какова вероятность того, что игрок сразу угадает положение шарика? Как мы уже определили – 1/3. **Следовательно, после того, как ведущий поднял пустой наперсток, на долю оставшегося наперстка приходится ровно 2/3 вероятности, того, что шарик находится под ним,** то есть , что и подтверждается нашим опытом.

Теперь становится понятно, что если игрок понимает правильную стратегию такой игры, он всегда будет изменять свой выбор после "хода" ведущего. Посчитаем математическое ожидание выигрыша при такой стратегии:

То есть стабильный выигрыш не гарантирован никому, игра при данном варианте одинаково справедлива как для игрока, так и для ведущего.

**Заключение**

В процессе данной научно-исследовательской работы была изучена история развития теории вероятностей, даны основные ее положения и определения; сведены в единое сведения о развитии народных игр, даны примеры народных игр; изучена игра "Морской бой", проверена опытным путем с помощью генератора случайных чисел вероятность точного попадания, она совпала с расчетной; также сделан вывод о том, что два случайных относительно друг друга процесса можно заменить одним случайным процессом, а другой при этом можно оставить в зафиксированном состоянии; изучена игра в "Наперстки", представлен вариант игры, при котором реализуется парадокс Монти Холла, произведена опытная проверка того, что данный парадокс работает, дано его объяснение.

Цель, поставленная в начале работы над проектом, достигнута. Проведены количественные опыты, подтверждающие расчетные данные. Гипотеза о том, что народные игры можно разбирать с позиции теории вероятностей, подтвердилась.

**Список использованных источников**

1. Мельникова И. Н., Фастовец Н. О. Теория вероятностей: Конспект лекций для факультета АиВТ. – М.: Издательский центр РГУ нефти и газа (НИУ) имени И. М. Губкина, 2017. – 99 с.

2. Колмогоров, А. Н. Введение в теорию вероятностей: моногр. / А.Н. Колмогоров, И.Г. Журбенко, А.В. Прохоров. - М.: МЦНМО, 2015. - 168 c.

3. Глеман М., Варга Т. Вероятность в играх и развлечениях: Элементы теории вероятностей в курсе средней школы. Пособие для учителя/Пер. с фр. А. К. Звонкина. – М.: Просвещение, 1979. – 176 с., с ил.

4. Интернет – ресурс "случайноечисло.рф"

**Приложение.**

Рис. 1. Доска 3х3 для игры в "Морской бой"

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |

Рис.2. Числовой ряд, полученный генератором случайных чисел



Таблица 1. Статистика бросков монеты

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Число бросков | Выпадение орла | Выпадение решки | Вероятность орла (отношение количества выпавшего орла к общему количеству бросков) | Вероятность решки (отношение количества выпавшей решки к общему количеству бросков) |
| К. Пирсон | 24000 | 12012 | 11988 | 0,5005 | 0,4995 |
| Ж. Бюффон | 4040 | 2048 | 1952 | 0,5069 | 0,4832 |
| К. Пирсон | 12000 | 6014 | 5986 | 0,5011 | 0,4989 |

Таблица 2. Результаты случайных выстрелов в игре "Морской бой"

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Случайное положение кораблей | Положение первого корабля | 3 | 1 | 7 | 2 | 8 | 4 | 5 | 4 | 3 | 8 | 4 | 3 | 2 | 7 | 2 | 1 | 4 | 5 | 9 | 8 |
| Положение второго корабля | 6 | 5 | 9 | 1 | 9 | 9 | 7 | 9 | 4 | 4 | 9 | 6 | 3 | 5 | 8 | 6 | 9 | 1 | 4 | 3 |
| В какую точку производится выстрел | | 4 | 1 | 2 | 8 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 6 | 1 | 2 | 7 | 8 | 2 | 7 | 8 | 2 | 7 |
| Фиксированное положение кораблей | Положение первого корабля | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Положение второго корабля | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| Случайное положение кораблей | Положение первого корабля | 4 | 3 | 1 | 3 | 2 | 5 | 3 | 8 | 9 | 5 | 3 | 3 | 3 | 1 | 8 | 5 | 9 | 4 | 9 | 1 |
| Положение второго корабля | 9 | 5 | 4 | 5 | 8 | 6 | 2 | 9 | 4 | 1 | 4 | 6 | 9 | 8 | 4 | 6 | 4 | 9 | 7 | 4 |
| В какую точку производится выстрел | | 6 | 1 | 9 | 7 | 7 | 3 | 8 | 3 | 4 | 8 | 1 | 1 | 9 | 3 | 5 | 1 | 4 | 3 | 3 | 6 |
| Фиксированное положение кораблей | Положение первого корабля | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Положение второго корабля | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| Случайное положение кораблей | Положение первого корабля | 3 | 5 | 1 | 3 | 3 | 8 | 4 | 8 | 2 | 5 | 3 | 9 | 3 | 9 | 9 | 3 | 9 | 3 | 4 | 4 |
| Положение второго корабля | 8 | 1 | 8 | 4 | 1 | 9 | 7 | 2 | 9 | 1 | 5 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 1 | 9 | 6 |
| В какую точку производится выстрел | | 6 | 4 | 8 | 6 | 9 | 8 | 7 | 6 | 6 | 9 | 4 | 3 | 9 | 3 | 1 | 7 | 6 | 9 | 9 | 1 |
| Фиксированное положение кораблей | Положение первого корабля | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Положение второго корабля | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| Случайное положение кораблей | Положение первого корабля | 5 | 7 | 7 | 7 | 7 | 4 | 4 | 2 | 2 | 8 | 3 | 7 | 8 | 1 | 3 | 9 | 3 | 6 | 5 | 1 |
| Положение второго корабля | 4 | 4 | 8 | 1 | 5 | 7 | 9 | 8 | 9 | 5 | 6 | 2 | 6 | 2 | 2 | 1 | 9 | 7 | 8 | 6 |
| В какую точку производится выстрел | | 7 | 9 | 1 | 6 | 3 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 4 | 4 | 3 | 2 | 1 | 3 | 9 | 8 | 9 | 6 |
| Фиксированное положение кораблей | Положение первого корабля | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Положение второго корабля | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| Случайное положение кораблей | Положение первого корабля | 3 | 8 | 9 | 3 | 5 | 7 | 9 | 2 | 8 | 4 | 4 | 5 | 8 | 3 | 9 | 4 | 5 | 3 | 8 | 7 |
| Положение второго корабля | 5 | 9 | 5 | 8 | 3 | 1 | 7 | 3 | 3 | 1 | 5 | 6 | 2 | 4 | 7 | 1 | 7 | 9 | 9 | 6 |
| В какую точку производится выстрел | | 7 | 3 | 9 | 7 | 6 | 9 | 5 | 2 | 8 | 4 | 2 | 6 | 4 | 3 | 3 | 6 | 7 | 9 | 4 | 5 |
| Фиксированное положение кораблей | Положение первого корабля | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Положение второго корабля | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |

Итого:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Количество выстрелов  100 | Количество попаданий при случайном положении кораблей | Количество попаданий при фиксированном положении кораблей |
| 22 | 20 |
| Вероятность попадания в цель | 0,22 | 0,2 |

Таблица 3. Результаты игры в "Наперстки"

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Где находится шарик | 3 | 2 | 2 | 2 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 1 | 3 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 |
| Первоначальный вариант игрока | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| Какой наперсток поднимает ведущий | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| Игрок выбирает первоначальный вариант |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Игрок изменяет свой выбор |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Где находится шарик | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 2 | 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 | 2 |
| Первоначальный вариант игрока | 2 | 3 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 1 | 1 |
| Какой наперсток поднимает ведущий | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | 3 |
| Игрок выбирает первоначальный вариант |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Игрок изменяет свой выбор |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Итого:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Количество партий игры в "Наперстки"  50 | Количество правильных угадываний, если игрок выбирает первоначальный вариант | Количество правильных угадываний, если игрок изменяет свой выбор | Количество ситуаций, когда первоначальный выбор игрока совпадает с местонахождением шарика |
| 15 | 35 | 15 |
| Вероятность правильного выбора | 0,3 | 0,7 |  |