Исследовательская работа

Исследование зависимости количества решений уравнения $x^2 - y^2 = m$ в натуральных числах, от значения числа m

Автор: Клим Д.А.,
учащаяся 9«А» класса
ГУО «СШ №4 г. Несвижа»
Научный руководитель:
Стрелец Е.В.
учитель математики
ГУО «СШ №4 г. Несвижа»

Объект исследования: количество решений уравнения $x^2 - y^2 = m$.

Предмет исследования: изучение зависимости количества решений уравнения $x^2 - y^2 = m$ в натуральных числах ,от значения числа m.

Цель работы: вывести формулы для нахождения количества решений уравнения $x^2 - y^2 = m$, где $m \in N$.

Гипотеза:
можно предположить, что для каждого значения m можно задать формулу, позволяющую вычислить количество решений уравнения $x^2 - y^2 = m$ в натуральных числах.

Исследование зависимости количества решений уравнения $x^2 - y^2 = m$ в натуральных числах от значения числа m

Задачи исследования:

1. Определить зависимость количества решений уравнения $x^2-y^2=z^n$, где z – простое число, от значения $n, n\in N$ и вывести формулу для нахождения количества решений уравнения в натуральных числах при: z=2, z=3, z=5, z=7.

2. Определить зависимость количества решений уравнения $x^2-y^2=z^n b$ в натуральных числах, где z – составное число, от значения n, где $z\in N, n\in N$, при: z=6, z=2b.

3. Вывести формулу для нахождения количества решений уравнения $x^2-y^2=z^n$ в натуральных числах при z=2b, где $z\in N, n\in N$.

4. Определить зависимость количества решений уравнения $x^2 - y^2 = m$ в натуральных числах от числа m, где $m\in N$.

5. Вывести формулу для нахождения количества решений уравнения $x^2-y^2=m$, где $m\in N$.

- анализ и синтез;

Редактировать в WPS Office

Глава 1. Количество решений уравнения $x^2-y^2=z^n$, где z – простое число, $n\in N$

Пусть $z^n=z^k z^m$, где k+m=n, тогда $(x-y)(x+y)=z^k z^m$ или $(x-y)(x+y)=1\cdot z^n$,

тогда $\begin{cases} x-y=z^k \\ x+y=z^m \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=z^n. \end{cases}$

Так как x-y<x+y, то $z^k<z^m$, k<m и k+m=n, значит, $k<\frac{n}{2}$.

При n=1, (x-y)(x+y) =2, (x-y)(x+y) =2, то $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=2 \end{cases}$ <=> 2x=3, x=1,5

При n=2, $(x-y)(x+y)=2^2$. $\begin{cases} x-y=1 \\ x+y=4 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=2. \end{cases}$

При n=3, $(x-y)(x+y)=2^3$. $\begin{cases} x-y=2^1 \\ x+y=2^2. \end{cases}$

При n=4, $(x-y)(x+y)=2^4$. $\begin{cases} x-y=2^1 \\ x+y=2^3. \end{cases}$

Глава 1. Количество решений уравнения $x^2–y^2=z^n$, где z – простое число,n϶N

При n=5, (x-y)(x+y)=2^5. $\begin{cases} x-y=2^1 \\ x+y=2^4 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^2 \\ x+y=2^3. \end{cases}$

При n=6, (x-y)(x+y)=2^6. $\begin{cases} x-y=2^1 \\ x+y=2^5 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^2 \\ x+y=2^4. \end{cases}$

При n=7, (x-y)(x+y)=2. $\begin{cases} x-y=2^1 \\ x+y=2^6 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^2 \\ x+y=2^5 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^3 \\ x+y=2^4. \end{cases}$.

При n=8, (x-y)(x+y)=2$\begin{cases} x-y=2^1 \\ x-y=2^7 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^2 \\ x+y=2^6 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^3 \\ x+y=2^5. \end{cases}$

При n=9, (x-y)(x+y)=2^9. $\begin{cases} x-y=2^1 \\ x+y=2^8 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^2 \\ x+y=2^7 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^3 \\ x+y=2^6 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^4 \\ x+y=2^5. \end{cases}$

При n=10, (x-y)(x+y)=2^{10}. $\begin{cases} x-y=2^1 \\ x+y=2^9 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=2^2 \\ x+y=2^8 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^3 \\ x+y=2^7 \end{cases}$; $\begin{cases} x-y=2^4 \\ x+y=2^6. \end{cases}$

Глава 1. Количество решений уравнения $x^2–y^2=z^n$, где z – простое число,nϵN

n – показатель степени числа 2	Количество решений уравнения
1,2	0
3,4	1
5,6	2
7,8	3
9,10…	4…

Выводы

1. Числа вида 2^t и 2^m являются делителями числа 2^n, так как $(x-y)(x+y)= 2^t2^m$, то $(x-y)=2^t$ и $(x+y)=2^m$, где nϵN.

2. Количество решений уравнения (K) можно вычислить по формуле:

$$K=\begin{cases} \frac{n}{2}-1,\ \text{где } n=2r, n\epsilon N \text{ и } r\epsilon N, \\ \frac{n-1}{2},\ \text{где } n=2r+1, n\epsilon N \text{ и } r\epsilon N. \end{cases}$$

Количество решений уравнения $x^2 - y^2 = z^n$, где z- простое нечётное число, n∈N

$x^2 - y^2 = 3^n$, $x^2 - y^2 = 5^n$ и $x^2 - y^2 = 7^n$.

z	N	x-y	x+y	K	Z	n	x-y	x+y	K	z	n	x-y	x+y	K
3	1	1	3	1	5	1	1	5	1	7	1	1	7	1
	2	1	3	1		2	1	5	1		1	1	7	1
	3	1	3^3	2		3	1	5^3	2		3	1	7^3	2
		3	3^2				5	5^2				7	7^2	
	4	1	3	2		4	1	5	2		4	1	7	2
		3	3^3				5	5^3				7	7^3	
	5	1	3^5	3		5	1	5^5	3		5	1	7^5	3
		3	3^4				5	5^4				7	7^4	
		3^2	3^3				5^2	5^3				7^2	7^5	
	6	1	3^6	3		6	1	5^6	3		6	1	7^6	3
		3	3^5				5	5^5				7	7^5	
		3^2	3^4				5^2	5^4				7^2	7^4	…

Количество решений уравнения $x^2 - y^2 = z^n$, где z- простое нечётное число, n∈N

$x^2 - y^2 = 3^n$, $x^2 - y^2 = 5^n$ и $x^2 - y^2 = 7^n$.

n – показатель степени числа 2	Количество решений уравнения
1,2	0
3,4	1
5,6	2
7,8	3
9,10…	4…

Выводы

1. Количество решений уравнения $x^2 - y^2 = z^n$, где z - простое нечётное число, n ∈ N, не зависит ,от значения z.
2. Количество решений можно вычислить по формуле:

$$K=\begin{cases} \frac{n-1}{2}+1, \text{где } n = 2r+1, n\in N, \\ \frac{n}{2}, \text{где } n = 2r, n\in N. \end{cases}$$

Количество решений уравнения $x^2 – y^2 = z^n$, где z – составное число, z϶N, n϶N

$x^2 - y^2 = 6^n$, $(x-y)(x+y) = 2^n \cdot 3^n$.

n	x-y	x+y	Количество решений
1			0
2	2	$2 \cdot 3^2$	1
3	2	$2^2 \cdot 3^3$	4
	2^2	$2 \cdot 3^3$	n-1
	$2 \cdot 3$	$2^2 \cdot 3^2$	
	$2^2 \cdot 3$	$2 \cdot 3^2$	n-1
4	2	$2^3 \cdot 3^4$	7
	$2^2 \cdot$	$2^2 \cdot 3^4$	
	2^3	$2 \cdot 3^4$	n-1
	$2 \cdot 3$	$2^3 \cdot 3^3$	
	$2^2 \cdot 3$	$2^2 \cdot 3^2$	n-1
	$2^3 \cdot 3$	$2 \cdot 3^3$	
	$2 \cdot 3^2$	$2^3 \cdot 3^2$	n-3

Количество решений уравнения $x^2 - y^2 = z^n$, где z – составное число, $z \in N$, $n \in N$

$x^2 - y^2 = 6^n$, $(x-y)(x+y) = 2^n \cdot 3^n$.

5	2	$2^4 \cdot 3^5$	12
	$2^2 \cdot$	$2^3 \cdot 3^5$	
	2^3	$2^2 \cdot 3^5$	
	2^4	$2 \cdot 3^5$	n-1
	$2 \cdot 3$	$2^4 \cdot 3^4$	n-1
	$2 \cdot 3^2$	$2^4 \cdot 3^3$	n-2
	$2 \cdot 3^3$	$2^4 \cdot 3^2$	n-4
	$2^2 \cdot 3$	$2^4 \cdot 3^4$	
	$2^2 \cdot 3^2$	$2^3 \cdot 3^3$	
	$2^3 \cdot 3$	$2^2 \cdot 3^4$	
	$2^3 \cdot 3^2$	$2^2 \cdot 3^3$	
	$2^4 \cdot 3$	$2 \cdot 3^4$	

Количество решений уравнения $x^2 – y^2 = z^n$, где z – составное число, $z \in N, n \in N$

$x^2 - y^2 = 6^n$, $(x-y)(x+y) = 2^n \cdot 3^n$.

6	2	$2^5 \cdot 3^6$	17
	2^2	$2^4 \cdot 3^6$	
	2^3	$2^3 \cdot 3^6$	
	2^4	$2^2 \cdot 3^6$	
	2^5	$2 \cdot 3^6$	n-1
	$2 \cdot 3$	$2^5 \cdot 3^5$	
	$2^2 \cdot 3$	$2^4 \cdot 3^5$	
	$2^3 \cdot 3$	$2^3 \cdot 3^5$	
	$2^4 \cdot 3$	$2^2 \cdot 3^5$	
	$2^5 \cdot 3$	$2 \cdot 3^5$	n-1
	$2 \cdot 3^2$	$2^5 \cdot 3^4$	
	$2^2 \cdot 3^2$	$2^4 \cdot 3^4$	
	$2^3 \cdot 3^2$	$2^3 \cdot 3^4$	
	$2^4 \cdot 3^2$	$2^2 \cdot 3^4$	n-2
	$2 \cdot 3^3$	$2^5 \cdot 3^3$	
	$2^2 \cdot 3^3$	$2^4 \cdot 3^3$	n-4
	$2 \cdot 3^4$	$2^5 \cdot 3^2$	n-5

Количество решений уравнения $x^2–y^2=z^n$, где z – составное число, $z\epsilon N$, $n\epsilon N$

$x^2 - y^2 = 6^n$, $(x-y)(x+y) = 2^n \cdot 3^n$.

7	2	$2^6 \cdot 3^7$	24
	2^2	$2^5 \cdot 3^7$	
	$2^{3}\cdot$	$2^4 \cdot 3^7$	
	2^4	$2^3 \cdot 3^7$	
	2^5	$2^2 \cdot 3^7$	
	2^6	$2 \cdot 3^7$	n-1
	$2 \cdot 3$	$2^6 \cdot 3^6$	
	$2^2 \cdot 3$	$2^5 \cdot 3^6$	
	$2^3 \cdot 3$	$2^4 \cdot 3^6$	
	$2^4 \cdot 3$	$2^3 \cdot 3^6$	
	$2^5 \cdot 3$	$2^2 \cdot 3^6$	
	$2^6 \cdot 3$	$2 \cdot 3^6$	n-1
	$2 \cdot 3^2$	$2^6 \cdot 3^5$	
	$2^2 \cdot 3^2$	$2^5 \cdot 3^5$	
	$2^3 \cdot 3^2$	$2^4 \cdot 3^5$	
	$2^4 \cdot 3^2$	$2^3 \cdot 3^5$	
	$2^5 \cdot 3^2$	$2^2 \cdot 3^5$	n-2
	$2 \cdot 3^3$	$2^6 \cdot 3^4$	
	$2^2 \cdot 3^3$	$2^5 \cdot 3^4$	
	$2^3 \cdot 3^3$	$2^4 \cdot 3^4$	
	$2^4 \cdot 3^3$	$2^3 \cdot 3^4$	n-3
	$2 \cdot 3^4$	$2^6 \cdot 3^3$	
	$2^2 \cdot 3^4$	$2^5 \cdot 3^3$	n-5
	$2 \cdot 3^5$	$2^6 \cdot 3^2$	n-6

Количество решений уравнения $x^2 – y^2 = z^n$, где z – составное число, $z \in N$, $n \in N$

$x^2 - y^2 = 6^n$, $(x-y)(x+y) = 2^n \cdot 3^n$.

8	2	$2^7 \cdot 3^8$	31
	2^2	$2^6 \cdot 3^8$	
	2^3	$2^5 \cdot 3^8$	
	2^4	$2^4 \cdot 3^8$	
	2^5	$2^3 \cdot 3^8$	
	2^6	$2^2 \cdot 3^8$	
	2^7	$2 \cdot 3^8$	n-1
	$2 \cdot 3$	$2^7 \cdot 3^7$	
	$2^2 \cdot 3$	$2^6 \cdot 3^7$	
	$2^3 \cdot 3$	$2^5 \cdot 3^7$	
	$2^4 \cdot 3$	$2^4 \cdot 3^7$	
	$2^5 \cdot 3$	$2^3 \cdot 3^7$	
	$2^6 \cdot 3$	$2^2 \cdot 3^7$	
	$2^7 \cdot 3$	$2 \cdot 3^7$	n-1
	$2 \cdot 3^2$	$2^7 \cdot 3^6$	
	$2^2 \cdot 3^2$	$2^6 \cdot 3^6$	
	$2^3 \cdot 3^2$	$2^5 \cdot 3^6$	
	$2^4 \cdot 3^2$	$2^4 \cdot 3^6$	
	$2^5 \cdot 3^2$	$2^3 \cdot 3^6$	

Количество решений уравнения $x^2 – y^2 = z^n$, где z – составное число, $z \in N$, $n \in N$

n	K	Количество решений- K	Формула для K
2	1	n-1	n-1=(n/2)n-1
3	2	(n-1)+(n-1)=2(n-1)	2(n-1)=((n+1)/2)(n-1)
4	7	(n-1)+(n-1)+(n-3)=3n-5=3n-n-1=2n-1	2n-1=(n/2)n-1
5	12	2(n-1)+(n-2)+(n-4)=4n-8=4n-n-3=3n-3=3(n-1)	3(n-1)=((n+1)/2)(n-1)
6	17	2(n-1)+(n-2)+(n-4)+(n-5)=5n-13=5n-2n-1=3n-1	3n-1=(n/2)n-1
7	24	2(n-1)+(n-2)+(n-3)+(n-5)+(n-6)=6n-18=6n-2n-4=4n-4=4(n-1)	4(n-1)=((n+1)/2)(n-1)
8	31	3(n-1)+(n-3)+(n-5)+(n-6)=6n-17=6n-2n-1=4n-1	4n-1=(n/2)n-1
9	40	3(n-1)+(n-3)+(n-4)+(n-6)+(n-7)=7n-23=7n-2n-5=5n-5=5(n-1)	5(n-1)=((n+1)/2)(n-1)
10	49	3(n-1)+(n-2)+(n-3)+(n-6)+(n-7)=7n-21=7n-2n-1=5n-1	5n-1=(n/2)n-1
11	6	3(n-1)+(n-2)+(n-4)+(n-5)+(n-7)+ (n-8)+(n-10)=9n-39=	6(n-1)=((n+1)/2)(n-1)

Количество всех «допустимых» делителей D числа $z=2^n \cdot b^n$:

Количество «допустимых» делителей (D): из общего количества делителей числа m необходимо исключить делители:

1) если $n=2k+1$, то 2^n и $2^n \cdot b^g$, где $g=1,2,\dots,n$;

2) если $n=2k$, то 2^n, $2^n \cdot b^g$, где $g=1,2,\dots,n$ и $2^{n/2}b^{n/2}$.

Значит,

1) если $n=2r+1$, то $D=(n-1)+(n-1)n=n-1+n^2-n=n^2-1$,

2) если $n=2r$, то $D=(n-1)+(n-1)n-1=n^2-2$, где

$(n-1)$ – количество делителей вида 2^w, где $w=1,2,\dots,(n-1)$;

$(n-1)n$ – количество делителей вида $2^s a^d$, где $s=1,2,\dots,(n-1)$, $d=1,2,\dots,n$.

Вывод

1. Количество решений уравнения вида $x^2-y^2=z^n$, при $z=2^n \cdot b^n$, где b – простое нечётное число, не зависит от значения b, $K=D/2$ (не зависит от значения z^n).

2. $$K=\begin{cases} \frac{n^2}{2}-1, & \text{где } n=2r, n\epsilon N \\ \frac{n^2-1}{2}, & \text{где } n=2r+1, n\epsilon N; \end{cases}$$

Количество решений уравнения $x^2 - y^2 = m$ в натуральных числах, где $m \in N$

$x^2 - y^2 = m$:

1.При $m=2abc\cdot\ldots\cdot g$, где a,b,c,…,g - простые нечётные числа, уравнение не имеет решений, $K=0$.

2.При $m=2^n b$, где b - простое нечётное число и $n \in N$, количество «допустимых» делителей числа m: $D=2(n-1)$, значит, $K=n-1$.

3.При $m=2^k z^t$, где z-простое нечётное число

a) при $k=2r+1$, $t=2d+1$ или $k=2r$, $t=2d+1$ или $k=2r+1$, $t=2d$

$D=(k-1)t+(k-1)=(k-1)(t+1)$.

В полученной формуле $(k-1)t$ – количество делителей вида $2^w \cdot b^g$, где $w=1,2,\ldots,(k-1)$ и $g=1,2,\ldots,t$; $(k-1)$ – количество делителей вида 2^d, где $d=1,2,\ldots,(k-1)$.

$K=D/2$, $K=\frac{(t+1)(k-1)}{2}$.

b) При $k=2r$, $t=2d$, количество «допустимых» делителей D на 1 меньше, чем в пункте 3а), так как $(x-y) \neq (x+y)$, то $(x-y) \neq 2^{k/2} b^{t/2}$ и $(x+y) \neq 2^{k/2} b^{t/2}$.

Значит, $D=(k-1)(t+1)-1$, тогда $K=\frac{(t+1)(k-1)-1}{2}$

Тестирование формулы

k	T	Вычисление количества решений уравнения методом перебора	Вычисление количества решений уравнения по формуле
7	5	(k-1)+(k-2)+(k-3)+(k-5)+(k-6)=5k-17=5k-14-3= =5k-2k-3=3k-3=3(k-1)=18	=18
13	7	(k-1)+(k-3)+(k-5)+(k-6)+(k-8)+(k-9)+(k-11)= =7k-43=7k-39-4=7k-3k-4=4k-4=4(k-1)=48	=48
21	7	(k-1)+(k-7)+(k-9)+(k-10)+(k-8)+(k-12)+(k-13)+ +(k-15)=7k-67=7k -63-4=7k-3k-4=4k-4=4(k-1)=80	=80
17	21	9(k-1)+(k-2)+(k-3)+(k-5)+(k-6)=13k-25= =10k-4 =66	=66
5	15	7(k-1)+(k-2)+(k-4)=9k-13=7k-3=32	=
10	6	(k-1)+(k-2)+(k-4)+(k-6)+(k-7)+(k-9)=6k-29= =4k-9 =31	=31
14	8	(k-1)+(k-3)+(k-4)+(k-6)+(k-8)+(k-9)+ +(k-11)+(k-12)=8k-54=5k-12 =58	=58
7	6	(k-1)+(k-3)+2(k-4)+2(k-5)+(k-6)=7k-28=7k-4k-=3k=21	=21
5	8	2(k-1)+2(k-2)+2(k-3)=6k-12=6k-2k-2=4k-2=18	=18

4. При $m=2^n abc$, где a,b,c – простые нечётные множители

$D=(n-1)+(n-1)+3(n-1)+3(n-1)=8(n-1)$, где:

$(n-1)$ –количество делителей вида 2^w, где $w=1,2,\ldots,(n-1)$;

$(n-1)$ – количество делителей вида$2^s abc$, где $s=1,2,\ldots,(n-1)$;

$3(n-1)$ –количество делителей вида $2^d a$ или $2^d c$,или $2^d b$, где $d=1,2,\ldots,(n-1)$;

$3(n-1)$- количество делителей вида $2^к ab$ или $2^к bc$, или $2^к ac$, где $к=1,2,\ldots,(n-1)$.

Количество решений уравнения: $K=D/2=4(n-1)$.

Решение уравнения $x^2 - y^2 = m$

5. При $m=abc\ldots d$, где количество множителей, стоящих в правой части - нечётное число.

а) При $m=abc$, где a,b,c – простые нечётные множители.

$$D= C^1_3 + C^2_3 + C^3_3 + 1 = 3 + 1 + C^3_4 = 4 + \frac{4!}{3!1!} = 4 + 4 = 8 = 2^3,$$ где

- C^1_3 – количество простых множителей, каждый из них – делитель числа m;
- C^2_3 – количество всех возможных произведений из двух простых множителей;
- C^3_3 – количество всех возможных произведений из трёх простых множителей;
- число 1– делитель числа m.

Заметим, что $D=2^3$, $K=D/2=4=2^2$.

б) При $m=abcde$, где a,b,c,d,e – простые нечётные множители.

$$D=C^1_5+C^2_5+C^3_5+C^4_5+C^5_5+1=5+C^3_6+C^5_6+1=5+20+6+1=32=2^5,$$ значит, $K=32:2=16=2^4$.

в) При $m=abcde\ldots f$, где a,b,c,d,e,…,f – простые нечётные множители, их всего $p=2k+1$.

$$D= C^1_p+C^2_p+C^3_p+C^4_p+\ldots+C^p_p+1=2^p,$$ тогда $K=2^{p-1}$.

Решение уравнения $x^2 - y^2 = m$

6. При $m=abc\ldots d$, где количество множителей, стоящих в правой части - чётное число

a) При $m=ab$, где a и b-простые нечётные множители:

$D=1+C^1_2+C^2_2=4=2^2$, количество решений: $K=D/2$, $K=4:2=2^1$.

b) При $m=abcd$, где a,b,c,d - четыре простые нечётные множители:

$$D=C^1_4+C^2_4+C^3_4+C^4_4+1=4+C^3_5+1+1=6+10=16=2^4,\ K=D/2,\ K=16:2=8=2^3.$$

c) При $m=abcdek$, где a,b,c,d,e,к- шесть простых нечётных множителей, количество решений уравнения:

$$D=(C^1_6+C^2_6+C^3_6+C^4_6+C^5_6+C^6_6+1)=(6+C^3_7+C^5_7+1+1)=(8+\frac{7!}{3!(7-3)!}+\frac{7!}{5!(7-5)!})=$$

$$=(8+\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}{1\cdot2\cdot3(1\cdot2\cdot3\cdot4)}+\frac{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}{1\cdot2\cdot3\cdot4\cdot5(1\cdot2\cdot)}=(8+35+21)=64=2^6,\ K=D/2=32=2^5.$$

d) При $m=abcd\ldots w$, где a,b,c,d,…,w– простые нечётные множители, их всего $p=2t$.

$$D=1+C^1_p+C^2_p+C^3_p+\ldots+C^p_p=2^p,\ \text{тогда}\ K=2^{p-1}$$

Вывод: $x^2 - y^2=m$, при $m=abcde\ldots f$, где количество простых нечётных множителей в правой части уравнения равно p, $K=2^{p-1}$.

$$C^0_p=1\ \text{и}\ C^0_p+C^1_p+C^2_p+C^3_p+\ldots+C^p_p=2^p,$$

$$D=1+C^1_p+C^2_p+C^3_p+\ldots+C^p_p=C^0_p+C^1_p+C^2_p+C^3_p+\ldots+C^p_p=2^p.$$

Решение уравнения $x^2 - y^2 = m$

7. При $m=a^n b^t c^k \ldots d^f$, где a,b,c,…,d – простые нечётные множители и n, t,k, …,f – натуральные числа,

$D=(n+1)(t+1)\ldots(f+1)$ [2].

$K=((n+1)(t+1)\ldots(f+1)):2.$

Заключение

Выводы:

1. Количество решений уравнения $x^2 - y^2 = 2^n$, где $n \in N$ можно вычислить по формуле:

$$K=\begin{cases} \frac{n}{2}-1, \text{ где } n=2r, n\in N \text{ и } r\in N, \\ \frac{n-1}{2}, \text{ где } n=2r+1, n\in N \text{ и } r\in N. \end{cases}$$

2. Количество решений уравнения $x^2 - y^2 = z^n$, $n \in N$, можно вычислить по формуле:

a) Если z – простое нечётное число, то K=	b) Если z=2b, b – простое число, то K=

Заключение

1.Количество решений уравнения $x^2–y^2=m$, где $m\in N$:

a) Если $m=2abc\cdot\ldots\cdot pg$, где a,b,c…p,g – простые нечётные числа, то уравнение не имеет решений, $K=0$ (при любом количестве множителей в правой части уравнения);

b) Если $m=ab$, где a и b – простые нечётные числа, то $K= 2$;

c) Если $m=2^n b$, где b – простое нечётное число и $n\in N$, то $K=(n-1)$;

d) Если $m=2^k z^t$,где $k\in N$, $t\in N$, z – простое нечётное число, то

$$K=\begin{cases} \frac{(t+1)(k-1)}{2}, & \text{где } t \text{ и } k - \text{ чётные числа,} \\ \frac{(t+1)(k-1)-1}{2}, & \text{где } t \text{ и } k\text{, или } t \text{ или } k - \text{ нечётные числа} \end{cases}$$

e) Если $m=abcde\ldots f$, где a,b,c,d,e,…,f – простые нечётные множители и их количество равно p, то $K=2^{p-1}$;

f) Если $m=a^n b^t c^k \ldots d^f$ где a,b,c,…,d – простые нечётные множители, и n, t,k,…,f – натуральные числа, то $K=((n+1)(t+1)\ldots(f+1)):2$.

Список используемых источников:

1. Задания областного мини - турнира юных математиков 2020. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://moiro.by/направления/работа-с-детьми-и учащимися/турниры/мини-турниры-юных-математиков - Дата доступа:12.11.2022.
2. Комбинаторика: основные правила и формулы. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ya-znau.ru/znaniya/zn/ - Дата доступа: 15.11.202

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!